جامعة بنها
كلية التربية

الفرقة الرابعة رياضة(قديم). الفصل الدراسي الأول
العام الجامعي 2012/ 2013
توبولوجي (الاجــــــــــابة)

السؤال الأول:

أ- عرف الجوار في الفراغ التوبولوجي ثم أثبت أن:

إذا كان (x, τ) فراغا توبولوجيا فإن:

$$v \in \tau \Leftrightarrow \forall x \in v \exists o_x ; o_x \subset v$$

الحـــــل: إذا كان (x, τ) فراغا توبولوجيا فإن أي مجموعة مفتوحة تحوي النقطة

x تسمي جوارا ل x وعائلة جوارات النقطة x تسمي N_x

برهان النظرية:من التعريف السابق للجوارف فإنه

إذا كانت $v \in \tau$ فإن v تكون جوارا لكل نقطة فيها ومن ثم تحقق ضرورة الشرط . وإذا كان

$$\forall x \in v \exists o_x ; o_x \subset v$$

فإن $v = \bigcup_{x \in v} o_x$ وبذلك تكون v عبارة عن اتحاد عائلة من المجموعات المفتوحة

أى أن $v \in \tau$.

ب- عرف التغليق في الفراغ التوبولوجي ثم أثبت أن:

إذا كان (x, τ) فراغا توبولوجيا وكانX A,B فإن:

$$1)\ \overline{A} \in \tau', \quad 2)\ A \in \tau' \Leftrightarrow A = \overline{A}, \quad 3)\ \overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

الحـــــــل:

إذا كان (x, τ) فراغا توبولوجيا وكانA جزئية منX فإن:

التغليق يعرف علي النحو التالي:

$$\bar{A} = \cap \{F \in \tau', F \text{ تحتوي } A\}$$

السؤال الثاني:

إذا كانت $X=\{1,2,3,4\}$ فأي العائلات الآتية تكون توبولوجي:

$\tau_1= \{x,\phi,\{1\},\{2\}\}$, $\tau_2=\{x,\{1\},\{2\},\{1,2\},\{1,2,3\}\}$, $\tau_3=\{x, \phi \{1\},\{2\},\{1,2\},\{1,2,3\}\}$

الحـــــــــــل:

العائلة $\tau_1= \{x,\phi,\{1\},\{2\}\}$ لا تكون توبولوجي

وذلك لان $\{1\},\{2\}$ موجودان بها غير أن اتحادهما ليس موودا

العائلة $\tau_2=\{x,\{1\},\{2\},\{1,2\},\{1,2,3\}\}$ لا تكون توبولوجي

وذلك لان ϕ
غير موجودة بها

العائلة $\tau_3=\{x, \phi \{1\},\{2\},\{1,2\},\{1,2,3\}\}$
تحقق متطلبات التوبولوجي لذلك فهي توبولوجي

السؤال الثالث:

إذا كانت X مجموعة لانهائية وكانت:

$$\psi = \{F \subseteq x; |F| \le x_o\} \cup \{x\}$$

تكون توبولوجي علي ψ'فإن x

الحـــــــــــل: انظر الكتاب المقرر صــ47 - 48

السؤال الرابع:

إذا كان (x, τ) فراغا توبولوجيا وكانX $\subseteq$ Y فأثبت أن:

$\tau_Y=\{V\cap Y ;V \in\}$ تكون توبولوجي عليY.

الحـــــــــــل: انظر الكتاب المقرر صــ141

مع أطيب التمنيات

د/أحمد عبدالخالق محمد- كلية العلوم –
قسم الرياضيات