الفرقةالرابعة تعليم اساسي لائحة قديمة (تخلف من الفرقة الثانية) - شعبة الرياضيات - الفصل الدراسي الاول ٢٠١٢م-٢٠١٣م

تاريخ الامتحان: ٢٠١٢/١٢/٢٣ الاحد

مرسل النموذج الدكتور رضا جمال عبد الرحمن خالد

نموذج اجابة

المادة: جبر ٢

أسم استاذ المادة: الدكتور/ رضا جمال عبد الرحمن خالد

أجابة الاسئلة

****

اجابة السؤال الاول-(اولا): رتبة المصفوفة $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 4 & 6\\ -3 & 6 & 9\end{pmatrix}$ تساوي ٢

ورتبة المصفوفة $B=\begin{pmatrix}4 & 5 & 6 & 5\\ 5 & 6 & 7 & 8\\ 7 & 8 & 9 & 8\end{pmatrix}$ تساوي ٣

(ثانيا): لايجاد الشرط الواجب أن تحققة a,b,c لكي تكون منظومة المعادلات الخطية التالية متألفة

$$x_1+2x_2-3x_3=a,\quad 2x_1+6x_2-11x_3=b,\quad x_1-2x_2+7x_3=c,$$

نتبع الاتي

$$x_1+2x_2-3x_3=a \qquad x_1+2x_2-3x_3=a \qquad x_1+2x_2-3x_3=a$$

$$2x_1+6x_2-11x_3=b \sim 2x_2-5x_3=b-2a \sim 2x_2-5x_3=b-2a$$

$$x_1 - 2x_2 + 7x_3 = c \qquad -4x_2 + 10x_3 = c - a \qquad 0 = c + 2b - 5a$$

شرط تالف المنظومة ان يتحقق $l_{r+1} = c + 2b - 5a = 0$ اذا تحقق الشرط يكون عدد المجاهيل الرئسية هو $r = 2$ هذه المجاهيل هى x_1, x_2

عدد المجاهيل الحرة هو $n - r = 1$ المجهول الحر هو x_3 حيث ان $n > r$ المنظومة غير محددة ولهل عدد لا نهائي من الحلول.

تعيين المجاهيل الرئسية:

$$x_1 = (3a - b) - 2x_3$$

$$x_2 = (-b + (1l2)b) + (5l2)x_3$$

وتكون مصفوفة الحل:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (3a-b) - 2x_3 \\ (-b + (1l2)b) + (5l2)x_3 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3a - b \\ -b + (1l2)b \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -2 \\ 5l2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(ثانيا)- لايجاد المتجهات الذاتية للمصفوفة: $\begin{pmatrix} 7 & -21 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}$ نتبع الاتي

المعادلة المميزة هى $\Delta(\lambda) = \begin{vmatrix} 7-\lambda & -12 & 6 \\ 10 & -19-\lambda & 10 \\ 12 & -24 & 13-\lambda \end{vmatrix} = 0$

وجذورها هى $\lambda_3 = -1 \qquad \lambda_1 = \lambda_2 = 1,$

نكون المنظومة المميزة التالية

$$\begin{aligned} (7-\lambda)x_1 - 12x_2 + 6x_3 &= 0, \\ 10x_1 - (13-\lambda)x_2 + 10x_3 &= 0, \\ 12x_1 - 24x_2 + (13-\lambda)x_3 &= 0 \end{aligned}$$

بالتعويض عن $\lambda = 1$ ا نحصل على

$$6x_1 - 12x_2 + 6x_3 = 0,$$
$$10x_1 - 12x_2 + 10x_3 = 0,$$
$$12x_1 - 24x_2 + 12x_3 = 0$$

نلاحظ ان رتبة المنظومة السابقة تساوي واحد اى ان المنظومة تكافىء معادلة واحدة على الصورة

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 0,$$

ولهذه المعادلة لها حلان مستقلان

بالتعويض عن $\lambda = -1$ نحصل على
$$8x_1 - 12x_2 + 6x_3 = 0,$$
$$10x_1 - 18x_2 + 10x_3 = 0,$$
$$12x_1 - 24x_2 + 14x_3 = 0$$

نلاحظ ان رتبة المنظومة السابقة تساوي اثنان اى ان المنظومة تكافىء معادلتان ولهذه المعادلة لها ثلاث حلول مستقلان

-(ثالثا): لدرس هل يمكن التعبير عن المتجة $(3,-1,4)$ في R^3 كتركيب خطي من المتجهات $(0,1,1)$, $(3,-5,-2)$, $(1,-1,0)$. نجري الاتي

$$(3,-1,4) = \boldsymbol{c_1}(1,-1,0) + \boldsymbol{c_2}(0,1,1) + \boldsymbol{c_3}(3,-5,-2)$$

(1)

أذا وجد حل للمعادة (١) يكون

$$(3,-1,4)\boldsymbol{\epsilon span}\{(1,-1,0),(3,-5,-2),(0,1,1)\}$$

حل منظومة المعادلات

$$\boldsymbol{c_1 + 3c_2 = 3} \quad \boldsymbol{c_1 + 3c_2 = 3} \quad \boldsymbol{c_1 + 3c_2 = 3}$$

$$\boldsymbol{-c_1 + c_2 - 5c_3 = -1} \sim \boldsymbol{c_2 - 2c_3 = 2} \sim \boldsymbol{c_2 - 2c_3 = 2}$$

$$\boldsymbol{c_2 - 2c_3 = 4} \quad \boldsymbol{c_2 - 2c_3 = 3} \quad \boldsymbol{0 = 2}$$

حيث ان

$$\boldsymbol{l_{r+1} \neq 0}$$

وتكون منظومة المعادلات (١) متناقضة أي ليس لها حل ومن ثم لا يمكن كتابة المتجه
$(3,-1,4)$ في R^3 كتركيب خطي من المتجهات
$(0,1,1)$, $(1,-1,0)$, $(3,-5,-2)$.

السؤال الثاني- (أولا): (أولا): نحسب اولا محدد مصفوفة المعاملات

$$\Delta=\begin{vmatrix}1 & 2 & 1\\ 3 & -5 & 3\\ 2 & 7 & -1\end{vmatrix}= \text{٣٣}$$

$$\Delta_y=\begin{vmatrix}1 & 4 & 1\\ 3 & 1 & 3\\ 2 & 8 & -1\end{vmatrix}= \text{٣٣} \quad \text{و} \quad \Delta_x=\begin{vmatrix}4 & 2 & 1\\ 1 & -5 & 3\\ 8 & 7 & -1\end{vmatrix}= \text{٣٣}$$

$$\Delta_z=\begin{vmatrix}1 & 2 & 4\\ 3 & -5 & 3\\ 2 & 7 & 8\end{vmatrix}= \text{٣٣}$$

وبالتالي يكون الحل $x=1, y=1, z=1$

(ثانيا) : بما ان $A=\begin{pmatrix}2 & 3 & 1\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$ ، $B=\begin{pmatrix}2 & 1 & -1\\ 1 & 3 & -2\\ 0 & 2 & 1\end{pmatrix}$

اذن $AB=\begin{pmatrix}2 & 3 & 1\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1 & -1\\ 1 & 3 & -2\\ 0 & 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & 13 & -7\\ -2 & 1 & 2\end{pmatrix}$

كذلك معكوس المصفوفة $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 3\\ 5 & 5 & 1\end{pmatrix}$ يعطى من العلاقة

$$A^{-1}=\frac{adj\ A}{\det A}=\frac{1}{8}\begin{pmatrix}13 & -1 & -1\\ -15 & 1 & 3\\ 10 & 0 & -2\end{pmatrix}$$

(ثالثا) _ لدراسة تألف وتناقص المنظومة التالية:

$5x_1-x_2+2x_3+x_4=7,\ 2x_1+x_2+4x_3-2x_4=1,\ x_1-3x_2-6x_3+5x_4=0$

نكون المصفوفة الموسعة :

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -6 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & -2 & 1 \\ 5 & -1 & 2 & 1 & 7 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & -3 & -6 & 5 & 0 \\ 0 & 7 & 16 & 12 & 1 \\ 0 & 14 & 32 & -24 & 7 \end{pmatrix} \approx$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -6 & 5 & 0 \\ 0 & 7 & 16 & -12 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

ومن ثم فان منظومة المعادلات متناقصة

انتهت الاجابة