جامعة بنها- كلية التربية

الفرقة الثالثة والرابعة تخلف من الفرقة الثانية - شعبةطبيعة و الكمياء-

الفصل الدراسي الاول 2012-2013م نظام قديم

تاريخ الامتحان: 2012 / 21 / 23 الاحد

نموذج اجابة

المادة: رياضة تطبيقية ورقة امتحانية

أسم استاذ المادة: الدكتور/ رضا جمال عبد الرحمن خالد (كلية العلوم)

أجابة الاسئلة

****

السؤال الاول-(اولا) وحدة المتجة العمودي على كلا من المتجهين

$\vec{A}=2\,\hat{i}+\hat{k},\quad \vec{B}=6\,\hat{i}-3\hat{j}+4\,\hat{k}$

يتعين من الاتي

$$\vec{A}\wedge\vec{B}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 1 & 1\\ 6 & -3 & 4\end{vmatrix}=7\vec{i}+6\vec{j}-6\vec{k}$$

$$\left|\vec{A}\wedge\vec{B}\right|=\sqrt{49+36+36}=11$$

وحيث ان $\vec{A}\wedge\vec{B}$ عمودي على كل من المتجهين $\vec{A},\vec{B}$

اذا وحدة المتجه المطلوب هي

$$\frac{\vec{A}\wedge\vec{B}}{\left|\vec{A}\wedge\vec{B}\right|}=\frac{7}{11}\vec{i}+\frac{6}{11}\vec{j}+\frac{-6}{11}\vec{k}$$

(ثانيا) لايجاد معادلة المماس للسطح $2xz^2-3xy-4x=7$ عند النقطة $(1,-1,2)$

نتبع الاتي

$$\nabla\Phi=\nabla\left(2xz^2-3xy-4x\right)=\left(2z^2-3y-4\right)\underset{\rightarrow}{i}-3x\underset{\rightarrow}{j}+4xz\underset{\rightarrow}{k}$$

وعند النقطة $(1,-1,2)$ يكون العمودي على السطح هو

$$\nabla\Phi\Big|_{1,-1,2}=7\underset{\rightarrow}{i}-3\underset{\rightarrow}{j}+8\underset{\rightarrow}{k}$$

ولكن معادلة المستوى الذي يمر بنقطة متجة موضعها $\underset{\rightarrow}{r_0}$ والعمودي على متجه معين $\underset{\rightarrow}{n}$

$$\underset{\rightarrow}{n}\bullet\left(\underset{\rightarrow}{r}-\underset{\rightarrow}{r_0}\right)=0$$

اذا المطلوب هو

$$\left(7\underset{\rightarrow}{i}-3\underset{\rightarrow}{j}+8\underset{\rightarrow}{k}\right)\bullet\left[\left(x\underset{\rightarrow}{i}+y\underset{\rightarrow}{j}+z\underset{\rightarrow}{k}\right)-\left(\underset{\rightarrow}{i}-\underset{\rightarrow}{j}+2\underset{\rightarrow}{k}\right)\right]=0$$

$$\left(7\underset{\rightarrow}{i}-3\underset{\rightarrow}{j}+8\underset{\rightarrow}{k}\right)\bullet\left[\left((x-1)\underset{\rightarrow}{i}+(y+1)\underset{\rightarrow}{j}+(z-2)\underset{\rightarrow}{k}\right)\right]=0$$

$$7x-3y+8z-26=0$$

****

اجابة السؤال الثاني:

(أولا)- اذا كان. $\vec{A}=3xyz^2\,\hat{i}+2xy^3\hat{j}-2xyz\hat{k},\qquad \phi=3x^2-yz,$

فاوجد $\nabla\bullet\vec{A}\ ,\ \vec{A}\bullet(\nabla\phi)$

$$\nabla\bullet\underset{\rightarrow}{A}=\left(\frac{\partial}{\partial x}i+\frac{\partial}{\partial y}j+\frac{\partial}{\partial z}k\right)\bullet\left(3xyz\,\hat{i}+2xy^3\hat{j}-2xyz\hat{k}\right)=3yz+6xy^2-2xy$$

كذلك

$$\nabla\Phi=\left(\frac{\partial}{\partial x}i+\frac{\partial}{\partial y}j+\frac{\partial}{\partial z}k\right)\bullet\left(3x^2-yz\right)=3x\hat{i}-z\hat{j}-y\hat{k}$$

اذا

$$\nabla\bullet\nabla\Phi=\left(\frac{\partial}{\partial x}i+\frac{\partial}{\partial y}j+\frac{\partial}{\partial z}k\right)\bullet\left(3x\,\hat{i}-z\hat{j}-y\hat{k}\right)=3$$

(ثانيا) – بما ان

$$\vec{r}=(4t^4+2t^2+6t)\hat{i}+(t^3-2t+2)\hat{j}$$

اذن السرعة تعطى من تفاضل متجة الموضع بالنسبة لزمن

$$\vec{V}=(16t^3+4t+6)\hat{i}+(3t^2-2)\hat{j}$$

العجلة تعطى من تفاضل متجة السرعة بالنسبة لزمن

$$\vec{a}=(48t^2+4)\hat{i}+(3t)\hat{j}$$

وبالتالي السرعة والعجلة بعد مضي ثانيتين

$$\vec{V}=(128+8+6)\hat{i}+(12-2)\hat{j}=142\hat{i}+10\hat{j}$$

$$\vec{a}=(192+4)\hat{i}+(6)\hat{j}$$

ويكون مقدارهما هو

$$\left|\vec{V}\right|=\sqrt{(142)^2+(10)^2}$$

$$\left|\vec{a}\right|=\sqrt{(196)^2+36}$$

وبعد مضي خمس ثواني نحصل على السرعة والعجلة بنفس الطريقة السابقة

****

اجابة السؤال الثالث:(أولا)- لايجاد وحدة متجة يوازي محصلة

$$\overrightarrow{X}=4\hat{i}-2\hat{j}+6\hat{k},\quad \overrightarrow{Y}=-2\hat{i}+3\hat{j}+5\hat{k}$$

نتبع الاتي نوجد اولا محصلة المتجهين

$$\vec{R}=(4\hat{i}-2\hat{j}+6\hat{k})+(-2\hat{i}+3\hat{j}+5\hat{k})$$

$$\vec{R}=2\hat{i}-\hat{j}+11\hat{k},$$

وبالتالي يكون وحدة متجة يواذي المحصلة يعطى من

$$\hat{n}=\frac{2}{\sqrt{126}}\hat{i}-\frac{1}{\sqrt{126}}\hat{j}+\frac{11}{\sqrt{126}}\hat{k},$$

(ثانيا) – بما ان $\vec{A}=3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k},\quad \vec{B}=2\hat{j}-4\hat{k}$

$$\therefore \vec{A}\bullet\vec{B}=(-4-4)=(-8)$$

كذلك

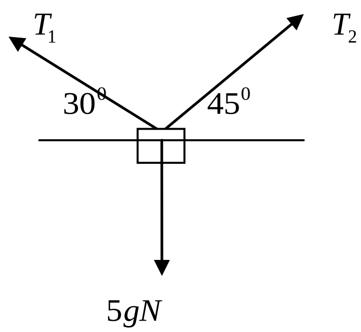
$$\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -4 \end{vmatrix}=(6)\vec{i}-(-12)\vec{j}+(6)\vec{k}$$

****

السؤال الرابع:

(أولا)- بما ان الكتلة متزنة تحت تاثير ثلاث قوى وهما وزن الجسم بالاضافة الى الشد في الخيطين

كما بالشكل ومن الشكل يتضح ان



$$\frac{T_1}{\sin(90^0+45^0)}=\frac{T_2}{\sin(90^0+30^0)}=\frac{5gN}{\sin(90^0-45^0-30^0)}$$

$$\frac{T_1}{\sin(135^0)}=\frac{T_2}{\sin(120^0)}=\frac{5gN}{\sin(105^0)}$$

$$T_1=\frac{5gN\sin(135^0)}{\sin(105^0)}=35.87N$$

$$T_2=\frac{5gN\sin(120^0)}{\sin(105^0)}=43.93N$$

(ثانيا) **بما ان متجة الموضع هو** $\vec{r}=A\cos\alpha\, t\,\hat{i}+B\sin\alpha\, t\,\hat{j}$ **حيث** α **ثابت**

اذا متجه السرعة عند اى لاحظة يعطى من العلاقة

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=-\alpha A\sin\alpha\, t\,\hat{i}+B\alpha\cos\alpha\, t\,\hat{j}$$

كذلك متجه العجلة يعطى من

$$\vec{a}=\frac{dv}{dt}=-\alpha^2 A\cos\alpha\, t\,\hat{i}-B\alpha^2\sin\alpha\, t\,\hat{j}=-\alpha^2\underset{\rightarrow}{r}$$

عندما تكون السرعة موازية لمحور الصادات نحصل على

$$-\alpha A\sin\alpha\, t=0\rightarrow\alpha t=2n\pi$$

ومنها نحصل على

$$\vec{r}=A\cos 2n\pi\,\hat{i}+B\sin 2n\pi\,\hat{j}$$

****

<u>اجابة السؤال الالخامس:</u> اولا: بما ان $\vec{A}=x^2 y\,\hat{i}-2x\,z\hat{j}+2y\,z\hat{k},$ اذن

$$curl\ curl\ \vec{A}=\nabla\wedge(\nabla\wedge\vec{A})$$

$$=\nabla\wedge\begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x^2 y & -2xz & 2yz \end{vmatrix}=\nabla\wedge\left[(2x+2z)i-(x^2+2z)k\right]$$

$$=\nabla\wedge\begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2x+2z & 0 & -x^2-2z \end{vmatrix}=(2x+2)\underset{\rightarrow}{j}$$

(ثانيا): لايجاد $\nabla\bullet\vec{r}$, $\nabla\wedge\vec{r}$ حيث $\vec{r}=x\,\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k},$ نتبع الاتي

$$\nabla\bullet\underset{\rightarrow}{r}=\left(\frac{\partial}{\partial x}i+\frac{\partial}{\partial y}j+\frac{\partial}{\partial z}k\right)\bullet\left(x\,\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}\right)=3$$

$$\nabla \wedge \underset{\to}{r} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x & y & z \end{vmatrix} = \underset{\to}{i}\left(\frac{\partial z}{\partial y} - \frac{\partial y}{\partial z}\right) - \underset{\to}{j}\left(\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial x}{\partial z}\right) + \underset{\to}{k}\left(\frac{\partial y}{\partial x} - \frac{\partial x}{\partial y}\right)$$

$$= 0$$

انتهت الاجابة