جامعة بنها- كلية التربية--الفرقة الرابعة تعليم اساسي

شعبة الرياضيات- الفصل الدراسي الاول 2012-2013

تاريخ الامتحان: 30 - 21 - 2012 الاحد (لائحة قديمة)

الممتحن : الدكتور رضا جمال عبد الرحمن خالد

كلية العلوم- قسم الرياضيات

نموذج اجابة

المادة: (الميكانيكا)- ديناميكا

اجابة السؤال الاول:(أولا)-

بما ان

$$\dot{r} = \lambda r, \qquad r\dot{\theta} = \mu r \quad (1)$$

بالقسمة نحصل على

$$\therefore r\frac{d}{dt}\theta = \frac{\mu}{\lambda}\frac{\theta}{r} \quad (2)$$

بفصل المتغيرات والتكامل نحصل على

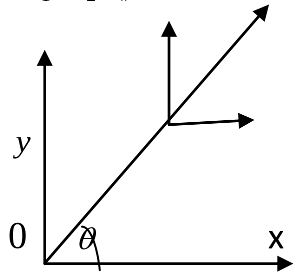
$$\therefore \quad -\frac{\mu}{r}\ln r = \ln\theta + c \quad (1')$$

حيث c ثابت تكامل. المعادلة السابقة هي معادلة المسار نوجد الان العجلة

$$f_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = \lambda^2 r - \frac{\lambda^2\theta^2}{r}$$

$$f_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = \mu\theta(\lambda + \frac{\mu}{r})$$

(ثانيا): اعتبر نقطة مادية تتحرك في مستوي ولنفرض ان $p(r,\theta)$ موضع النقطة المتحركة عند الحظة t . وباختيار المحور ox منطبقا op و oy عمودي على op في اتجاة تذايد θ هذه المجموعة تدور حول o في المستوى بسرعة $\dot\theta$ وباتخاذ متجهي $\vec e_1 , \vec e_2$ الوحدة في اتجاه المحورين هما على الترتيب



$$\therefore \quad \vec r = r\,\vec e_1$$

بتفاضل متجة الموضع نحصل على السرعة بالصورة

$$\therefore \quad \vec v = \dot r\,\vec e_1 + r\dot\theta\,\vec e_2$$

كذلك بتفاضل متجة السرعة نحصل على العجلة بالصورة

$$\therefore \quad \vec f = \left(\ddot r - r\dot\theta^2\right)\vec e_1 + \frac{1}{r}\frac{d}{dt}\left(r^2\dot\theta\right)\vec e_2$$

****

اجابة السؤال الثاني:

(اولا)- لايجاد معادلة المسار المركزي نعتبر نقطة مادية كتلتها m تتحرك تحت تاثير قوة مركزية مقدارها لوحدة الكتل نحو مركز جذب ثابت o وباختيار مركز الجذب قطبا وان موقع النقطة هي $p(r,\theta)$ عند الحظة t فيكون

معادلات الحركة

$$m(\ddot r - r\dot\theta^2) = -mF \qquad (1) \qquad m\frac{d}{rdt}(r^2\dot\theta) = 0 \qquad (2)$$

$$(\ddot r - r\dot\theta^2) = -F \qquad (3) \qquad (r^2\dot\theta) = h \qquad (4)$$

حيث h ثابت

باخذ $r = \frac{1}{u}$ نحصل على

$$\dot\theta = hu^2, \qquad \dot r = -h\frac{du}{d\theta}, \qquad \ddot r = -h^2 \ u^2 \frac{d^2u}{d\theta^2}$$

بالتعويض في المعادلة (3) نحصل على المعادلة

$$h^2 \ u^2 \left(\frac{d^2u}{d\theta^2} + u\right) = F$$

والتي تسمى بالمعادلة التفاضلية للمسار المركزي

(ثانيا)-

$$F = h^2 u^2 \left(\frac{d^2u}{d\theta^2} + u \right) = \mu\left(u^2 - au^3\right)$$

$$h^2 \left(\frac{d^2u}{d\theta^2} + u \right) = \mu(1 - au)$$

بتكامل بالنسبة ل u نحصل على

$$h^2 \left(\left(\frac{du}{d\theta} \right)^2 + u^2 \right) = \mu\left(2u - au^2\right) + c_1$$

$$V^2 = \mu\left(2u - au^2\right) + c_1$$

عندما , $u = \frac{1}{a}$ $V^2 = \frac{\mu}{2a},$ فان $c_1 = \frac{-\mu}{2a}$

$$h^2 \left(\left(\frac{du}{d\theta} \right)^2 + u^2 \right) = \mu\left(2u - au^2\right) - \frac{\mu}{2a} \quad (1)$$

$$h^2 = \frac{\mu a}{2}$$

بالتعويض في (1) نحصل على

$$\left(\left(\frac{du}{d\theta} \right)^2 \right) = \left(\frac{4}{a} u - 3u^2 \right) - \frac{1}{a^2} \quad (2)$$

ومنها نحصل على البعد القبوي الثاني وهو

وهو المطلوب اولا $r = 3a$

ومن (2) نحصل على

$$\frac{1}{r^4} \left(\left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 \right) = \left(\frac{4}{a} \frac{1}{r} - 3 \frac{1}{r^2} \right) - \frac{1}{a^2} \quad (3)$$

$$\left(\left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 \right) = \left(\frac{4}{a} r^3 - 3r^2 \right) - \frac{1}{a^2} r^4 \quad (4)$$

$$\left(\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2\right)=\frac{r^2}{a^2}\left(4ar-3a^2-r^2\right) \quad (5)$$

بفصل المتغيرات والتكامل نحصل على معادلة المسار المطلوبة

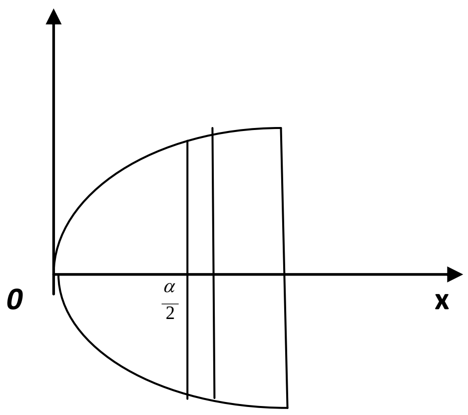
اجابة السؤال الثالث:

(أولا)- نفرض ان كتلة وحدة المساحة الصفيحة كما ان معادلة القطع المكافىء هي

$$y^2=4\,a\,x$$

من التعريف نحصل على

$$dm=2ydx$$



$$dI_x=\frac{1}{3}dm\,(y^2)$$

$$I_x=\frac{1}{3}\int_a^b 2\rho\; y^3dx$$

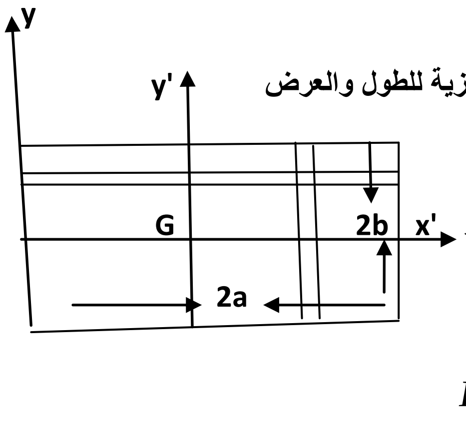
باجراء التكامل بالتعويض عن قيمة ρ

$$I_x=\frac{4}{3}M\;a\,b$$

$$I_y=\frac{3}{7}M\;\;b^2$$

$$M=\frac{8}{3}\rho\sqrt{ab^2}$$

(ثانيا) –لايجاد عزم القصور الذاتي لصفيحة مستطيلة الشكل طولها $2a$ وعرضها $2b$ حول احد اضلاعها وحول محور يمر بالمركز نتبع الاتي



نقسم الصفيحة الى شرائح على هيئة سيقان موازية للطول والعرض

كما هو موضح بالشكل

ونستخدم عزم القصور الذاتى للساق حول محور

عمودي علية ويمر بمنتصفة لنحصل على

$$I_{x'}=\frac{1}{3}b^2\int dm_1=\frac{1}{3}Mb^2$$

$$I_{y'} = \frac{1}{3}a^2\int dm_2 = \frac{1}{3}Ma^2$$

حيث كتلة المستطيل *M*

ومنها نستنتج ان $M = \int dm = \int dm_1$

$$I_{y'} = \frac{4}{3}Ma^2 \quad \text{و} \quad I_x = \frac{4}{3}Mb^2$$

مستخدمين نظرية المحاور المتوازية

انتهت الاجابة