جامعة بنها- كلية التربية

الفرقة الفرقة الثالثة - شعبة الرياضيات- الفصل الدراسي الاول 2012م

تاريخ الامتحان:31 /2012/12 الاثنين

نموذج اجابة

المادة: تحليل ورقة امتحانية

أسم استاذ المادة: الدكتور/ رضا جمال عبد الرحمن خالد

****

أجابة الاسئلة

السؤال الاول:

1- $\lim_{x\to -3}\frac{x^2+x-6}{x+3}=\lim_{x\to -3}(x-2)=-5$

, $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x}=\lim_{x\to 0}\sin x=0$

2-: لايجاد معادلة المماس ومعادلة العمودي للمنحنى $y=x^2-2x+3$

عند النقطة $(0,3)$ نتبع الاتي

$y'=2x-2$ اذا $y'|_{x=0}=-2$

اى ان ميل المماس يساوي -2 وميل العمودي علية يساوي $\frac{1}{2}$

اى ان معادلة المماس تعطى بالصورة $2x+y-3=0$

والعمودي بالصورة $x-2y+3=0$

السؤال الثاني:

1-: اوجد المشتقة الثالثة للدالة $y=e^{ax}\,x^2$

بفرض ان $u=ae^{ax},\quad v=x^2$

اذا $u^1=ae^{ax},\quad v^1=2x$

$$u^2 = a^2 e^{ax}, \quad v^2 = 2$$

$$u^3 = a^3 e^{ax}, \quad v^3 = 0$$

$$(u.v)^3 = a^3 e^{ax} x^2 + 3x a^2 e^{ax} + 6a e^{ax}$$

$$(e^{ax} x^2)''' = a^3 e^{ax} x^2 + 3x a^2 e^{ax} + 6a e^{ax}$$

2-: لحساب التكامل $\int \frac{1}{x^3 - 2x^2 + x}\, dx$ بمالان

$$\frac{1}{x^3 - 2x^2 + x} = \frac{\alpha}{x} + \frac{\beta}{x-1} + \frac{\gamma}{(x-1)^2}$$

بتوحيد المقامات في الطرف الايمن وبمساوات معاملات x في الطرفين بالنسبة الى البسط نحصل على $\alpha = 1, \beta = -1, \gamma = 1$

$$\therefore \frac{1}{x^3 - 2x^2 + x} = \frac{1}{x} + \frac{-1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$\therefore \int \frac{1}{x^3 - 2x^2 + x} dx = \int \left(\frac{1}{x} + \frac{-1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} \right) dx$$

$$= \ln x - \ln(x-1) - \frac{1}{(x-1)} + c$$

****

السؤال الثالث

1- لحساب $\int \sin^{-1} dx$ ناخذ

$$u = \sin^{-1}, \quad dv = dx$$

$$du = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad v = x$$

وحيث ان $\int u dv = uv - \int v du$

اذا

$$\int \sin^{-1} d\,x = \sin^{-1} x.x - \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx = x\sin^{-1} x - \sqrt{1-x^2} + c$$

2- لحساب التكامل $\int \frac{x^2+x+2}{(x-1)(x2-x+1)}\, d\,x$ نجد ان باستخدام الكسور الجزئية ان

$$\int \frac{x^2+x+2}{(x-1)(x2-x+1)}\, d\,x = \int \left(\frac{4}{x-1} + \frac{-3x+2}{(x2-x+1)} \right) dx$$

$$= 4\ln(x-1) - \int \frac{-3x+2}{(x^2-x+1)} dx$$

****

السؤال الرابع

1-احسب التكامل $\int \frac{x^3}{(2+3x)^4}\, d\,x$

ناخذ التعويض $u = 2+3x \Rightarrow du = 3dx$

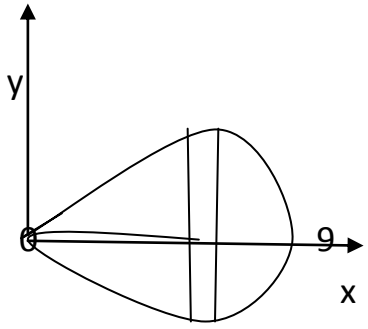
$$\int \frac{x^3}{(2+3x)^4}\, d\,x = \int \frac{(\frac{u-2}{3})^3}{3u^4} du$$

$$= \frac{1}{81}\left[\ln u + \frac{6}{u} \right] - \frac{12}{2u^2} + \frac{8}{2u^3} + c$$

$$= \frac{1}{81}\left[\ln(2+3x) + \frac{6}{2+3x} \right] - \frac{12}{2(2+3x)^2} + \frac{8}{2(2+3x)^3} + c$$

2- لايجاد مساحة طية المنحنى $9\,y^2 = 4\,x^2(9-x)$.

نتبع الاتي حيث



$$y^2 = (4/9)\, x^2(9-x) \Rightarrow y = \pm(2/3)x\sqrt{9-x}$$

$$\Rightarrow y_1 = (2/3)x\sqrt{9-x}$$

$$\Rightarrow y_2 = (2/3)x\sqrt{9-x}$$

$$\Rightarrow y_1 - y_2 = (4/3)x\sqrt{9-x}$$

وحيث $y_1 = y_2$ عند $x = 0$ او $x = 9$

$$\Rightarrow A = \int_0^9 (4/3)x\sqrt{9-x}\,dx$$

انتهت الاجابة