جامعة بنها | **الفرقة الثانية (رياضة)**

كلية التربية | **مادة ديناميكا حرارية**

دور يناير 2014 | **الزمن ساعتين**

د./ صلاح عيد إبراهيم حمزة | **تاريخ الامتحان: 2014/1/11**

ورقة كاملة

---

1. (أ) استنتج قانون التغير الاديباتيكي للغاز المثالي.

------------------------- الحل -------------------------

أثناء التغير الأديباتيكى يكون الغاز معزولا عن الوسط المحيط بحيث لا يأخذ ولا يعطى الوسط المحيط أي كمية حرارة أي أن $dQ=0$. ومن القانون الأول للديناميكا الحرارية $dQ=C_V dT+PdV$ نحصل على

$$-PdV=C_V dT\ (=dU) \tag{36}$$

أي أن الشغل المبذول يقابلة تغير في الطاقة الداخلية للغاز. الإشارة السالبة تعنى أنه بزيادة الحجم (تمدد) تنخفض درجة حرارة الغاز وبتقليل الحجم (انكماش) ترتفع درجة الحرارة.

لنحاول إيجاد قانون التغير الأديباتيكى:

$$\because\ dQ=0$$

$$\therefore\ C_V\, dT+PdV=0 \tag{37}$$

لنتخلص من dT بالتفاضل الكلى للقانون العام:

$$\because\ PV=RT$$

$$\therefore\ PdV+VdP=RdT$$

$$dT=\frac{PdV+VdP}{R} \tag{38}$$

بالتعويض في العلاقة (37):

$$C_V\left[\frac{PdV + VdP}{R}\right] + PdV = 0$$

$$C_V\left[PdV + VdP\right] + R\,PdV = 0$$

ولكن $R = C_P - C_V$

$$C_V\left[PdV + VdP\right] + (C_P - C_V)\,PdV = 0$$

$$\therefore C_V\,VdP + C_P\,PdV = 0 \tag{39}$$

بقسمة طرفي المعادلة السابقة على $C_V\,VP$ نحصل على:

$$\frac{dP}{P} + \frac{C_P}{C_V}\frac{dV}{V} = 0$$

$$\because\ \gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

$$\therefore\ \frac{dP}{P} + \gamma\frac{dV}{V} = 0 \tag{40}$$

بتكامل طرفي العلاقة العليا نحصل على

$$\int\frac{dP}{P} + \gamma\int\frac{dV}{V} = 0$$

$$\ln P + \gamma \ln V = \text{const.}$$

$$\ln PV^{\gamma} = \text{const.}$$

أي أن الحجم والضغط أثناء التغير الأديباتيكى يخضعان للعلاقة

$$PV^{\gamma} = \text{const.}$$

2. غـازان أحـدهما لـه الخـواص (P_1, V_1, T_1) والآخـر (P_2, V_2, T_2) أسـتنتج معادلـة للضغط عندما نجمع كلا الغازين في حجم قدرة V عند درجة حرارة T.

------------------------- الحل -------------------------

$$n = n_1 + n_2$$

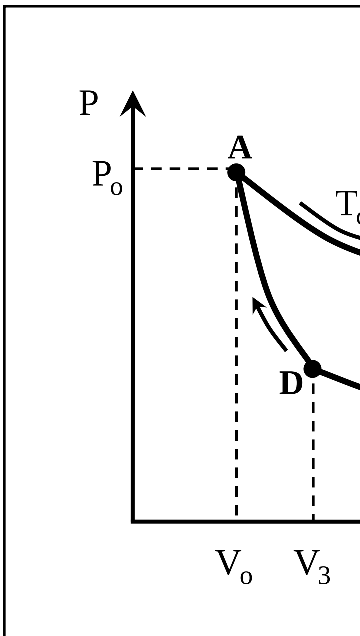
$$\frac{PV}{RT} = \frac{P_1V_1}{RT_1} + \frac{P_2V_2}{RT_2}$$

$$P = \frac{T}{V}\left[\frac{P_1V_1}{T_1} + \frac{P_2V_2}{T_2}\right]$$

3. (أ) اشرح دورة كارنوت مع إيجاد كفاءتها وإثبات أنـها لا تعتمد على مادة الشغل.

------------------------- الحل -------------------------

دورة كار نوت هي الدورة التي يتم عن طريقها تحويل الطاقة الحرارية إلي شغل ميكانيكي بأفضل طريقة ممكنة بمعنى أن الشغل الناتج يكون أكبر ما يمكن. كما رأينا من قبل لتحويل الحرارة إلـى شغل يلزم مصدر للحرارة (الذي سنأخذ منه الحرارة) ومبرد (درجة حرارته أقل من المصدر) ومادة الشغل لنقل الحرارة من المصدر إلي المبرد وبذل شغل أثناء ذلك. سنفرض أن المصدر والمبرد لهما سعة حرارية كبيرة بحيث أن درجتي حرارتهما لا تتأثران عند أخذ كمية حرارة من المصدر وعند إعطاء المبرد كمية الحرارة. ولكن كيف ستقوم مادة الشغل ببذل شغل أثناء نقلها الحرارة من المصدر إلي المبرد؟ الإجابة فيما يلي:- سندرس دورة واحدة لمادة الشغل كما هو موضح بيانيا في شكل (4)



ت المثالية

1. يوضع الغاز (مادة الشغل) على المصدر الحراري حتى تصبح درجة حرارة الغاز T_o (النقطة A). ثم يسمح للغاز بالتمدد وهو فوق المصدر تمددا أيزوثيرميا. ولكي يحتفظ الغاز بنفس درجة الحرارة T_o فإنه يمتص من المصدر كمية من الحرارة مقدارها Q_o وتكون حالة الغاز قد وصلت إلي النقطة B.

2. بعد وصول الغاز إلي النقطة B يتم عزله عن الوسط الخارجي ثم يترك ليتمدد أديباتيكيا فتنخفض درجة حرارته تبعا لذلك حتى تصل إلي T_1 (النقطة C).

3. بعد وصول درجة حرارة الغاز إلي T_1 (النقطة C) نجعل الغاز يلامس المبرد الذي درجة حرارته T_1. ثم يضغط الغاز مع ثبوت درجة حرارته فيطرد كمية من الحرارة Q_1 إلي المبرد وذلك من نقطة C إلى D.

4. يعزل الغاز عن الوسط الخارجي ثم يضغط حتى ترتفع درجة حرارته من T_1 إلي T_o والتي كان عليها في البداية. أي تصل حالة الغاز إلي النقطة A مرة أخرى.

وبهذه العمليات الأربع يكون الغاز قد أتم دورة كاملة ويكون الشغل الكلى في هذه الدورة ممثلا بالمساحة المحصورة بين التغيرات الأربعة أي مساحة الشكل ABCD. نلاحظ أنه في خلال العمليات الأربع لم نسمح بحدوث عملية التوصيل الحراري وذلك لأنها عملية غير عاكسة ولا ينتج عنها شغل ميكانيكي كما أنها تؤدى إلي فقد الطاقة الحرارية.

3. (ب) استنتج الشغل المبذول أثناء تغير حجم الغاز المثالي تغيرا أديباتيكيا.

--------------------------- الحل ---------------------------

. **<u>الشغل المبذول أثناء التمدد الأيزوثيرمى للغاز المثالي</u>**

لنوجد الآن الشغل المبذول أثناء تمدد الغاز أديباتيكيا أو الشغل المبذول بواسطة القوى الخارجية لكبس الغاز أديباتيكيا. لنأخذ واحد جرام–جزئ من الغاز المثالي ونفرض أن حجم الغاز تغير من V_1 إلي V_2 وأن التغير أديباتيكى. إذن الشغل المبذول هو

$$W = \int_{V_1}^{V_2} dW = \int_{V_1}^{V_2} P\, dV \qquad (44)$$

ولكن قانون التغير الأديباتيكى هو

$$PV^{\gamma} = \text{const.}$$

والذي يمكن صياغته في الصورة

$$PV^{\gamma} = P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma} = \text{const.}$$

حيث P_1, P_2 هما ضغط الغاز قبل وبعد التغير، P ضغط الغاز أثناء التغير:

$$\therefore\ P = \frac{P_1 V_1^{\gamma}}{V^{\gamma}} \tag{45}$$

بالتعويض في المعادلة (44) نحصل على:

$$W = P_1 V_1^{\gamma} \int_{V_1}^{V_2} V^{-\gamma}\ dV$$

$$= P_1 V_1^{\gamma} \left[\frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} \right]_{V_1}^{V_2}$$

$$= \frac{P_1 V_1^{\gamma}}{\gamma-1} \left[\frac{1}{V^{\gamma-1}} \right]_{V_2}^{V_1}$$

$$= \frac{P_1 V_1}{\gamma-1}\ V_1^{\gamma-1} \left[\frac{1}{V^{\gamma-1}} \right]_{V_2}^{V_1}$$

من القانون العام $P_1 V_1 = RT_1$ وبالتالي فإن

$$W = \frac{RT_1}{\gamma-1} \left[\left(\frac{V_1}{V} \right)^{\gamma-1} \right]_{V_2}^{V_1}$$

حيث T_1 درجة حرارة الغاز قبل التغير

$$\therefore\ W = \frac{RT_1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] \tag{46}$$

إذا كانت كتلة الغاز M فإن العلاقة الأخيرة تأخذ الشكل

$$A = \frac{M}{\gamma}\ \frac{RT_1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] \tag{47}$$

واضح أن الشغل المبذول أثناء التمدد الأديباتيكى من V_1 إلى V_2 أقل من الشغل المبذول أثناء التمدد الأيزوثيرمى من V_1 إلى V_2 أيضا. وهذا واضح في من شكل (7). فالشغل يساوى المساحة المحصورة بين المنحنى والمحور. واضح أن المساحة تحت المنحنى الأيزوثيرمى أكبر من مثيلتها تحت المنحنى الأديباتيكى.