نموذج اجابة مادة الاهتزازات والموجات للفرقة الثانية تربية عام شعبة رياضيات

السؤال الرابع:

ا-

يتركب البندول البسيط من خيط خفيف طوله L مثبت من طرفه العلوي و في نهاية طرفه السفلي كرة صغيرة كتلتها m كما في شكل 10. نفترض إزاحة البندول من وضعه العادي O ليتذبذب كما في الشكل الموضح. عند أي لحظة t يكون البندول في الوضع A و تكون القوة المؤثرة عليه للأسفل mg و يمكن تحليلها في اتجاهين :

- في اتجاه طول الخيط و تساوي $mg \cos \theta$
- في اتجاه عمودي على الخيط و تساوي $mg \sin \theta$

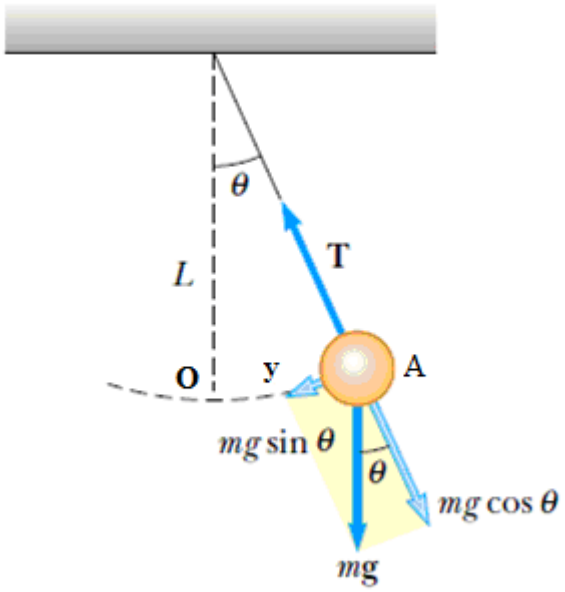
نفرض أن الشد في الخيط T. في حالة الاتزان نجد أن :

$$mg \cos \theta = T$$

القوة التى تؤثر على البندول و تجعله يهتز هي $- mg \cos \theta$

$$F = - mg \sin \theta$$

الإشارة السالبة تعنى أن العجلة تكون في اتجاه الوضع العادي.



شكل رقم 1

طبقا لمتسلسلة تايلور فإن:

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!}$$

و عند الإزاحة الصغيرة للزاوية θ فإن $\sin\theta = \theta$

القوة المماسية F هي $F = -mg\theta$

الإزاحة الخطية y تكون $y = L\theta$

العجلة d^2y/dt^2 هي $\frac{d^2y}{dt^2} = L\frac{d^2\theta}{dt^2}$

القوة $F = mL\frac{d^2\theta}{dt^2}$

من قانون نيوتن الثانى فإن

$$mL\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg\theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0 \qquad (1)$$

هذه المعادلة تشبه معادلة الحركة التوافقية البسيطة

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0 \qquad (2)$$

من المعادلتين 1 و 2 نجد أن :

$$\omega^2 = \frac{g}{L} \;\Rightarrow\; \omega = \sqrt{g/L}$$

الزمن الدوري هو : $T = 2\pi/\omega$

$$\therefore \quad T = 2\pi\sqrt{L/g}$$

ب-

تعطى ازاحة جسم مهتز

$Y=A\sin(\omega t+\alpha)$ (1)

وسرعة الجسم المهتز

$V=A\omega\cos(\omega t+\alpha)$ (2)

طاقة الحركة هى

$K.E=(1/2)mA^2\omega^2\cos^2(\omega t+\alpha)$ (3)

و بتكامل العادلة 3

متوسط طاقة حركة جسم مهتز

$K.E=(1/T)\ (mA^2\omega^2/4)\int 2\cos^2(\omega t+\alpha)$ (4)

$K.E=(mA^2\omega^2/4T)\ [T+0]$ (5)

$K.E=mA^2\omega^2/4$ (6)

$K.E=mA^2(2\pi f)^2/4$ (7)

$$= mA^2 f^2 \pi^2 \qquad (8)$$

السؤال الخامس:

ا-

نفرض هن لدينا موجتان متساويتان فى الترددو السعة و تتحرك فى نفس الاتجاه وبينهما فرق فى الطور
معادلتى الموجتين تعطى بالعلاقة

$Y_1=A \sin(kx-\omega t)$

$Y_2= A \sin(kx-\omega t+\varphi)$

الموجة المحصلة تكون على الشكل

$Y=Y_1+Y_2= A \sin(kx-\omega t)+ A \sin(kx-\omega t+\varphi)$

و من حساب المثلثات

$\text{Sin a+sin b}=2 \sin^{1/2} (a+b) \cos^{1/2} (a+b)$

وبذلك نحصل على

$Y=2A \cos^{1/2} \varphi \sin^{1/2}(kx-\omega t+\varphi)$

التداخل البناء فى حالة

$\Phi=\text{zero}$ وهذا يؤدى الى

$Y= 2A \sin(kx-\omega t)$

التداخال الهدام فى حالة

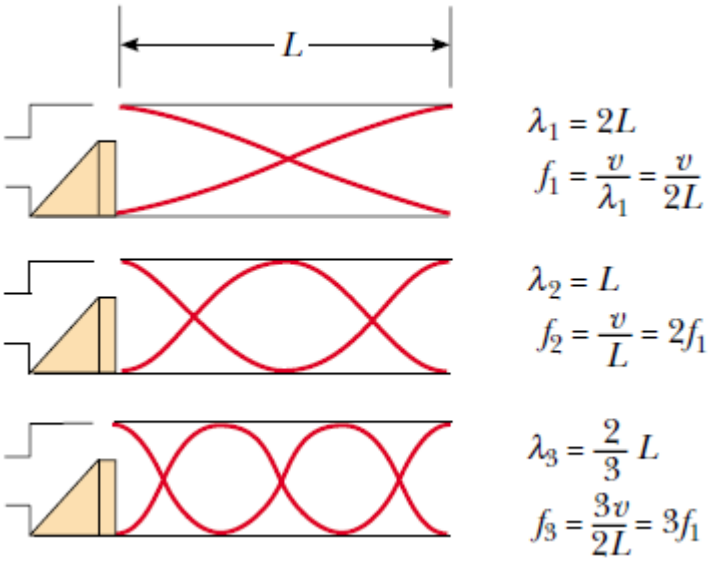
$\Phi= \pi$

ومنه نجد ان

$Y=\text{zero}$

ب-

أبسط أنواع الموجات الموقوفة هي تلك التى تنشأ داخل أنبوبة مفتوحة الطرفين. و في هذه الحالة فإن إزاحة البطون تظهر عند فوهتى الأنبوبة أما العقد فإنها تظهر في المنتصف.



الموجة الموقوفة في شكل 8-a تسمى النغمة الأساسية (التوافق الأول). و يعطى الطول الموجي لها بالعلاقة:

$L=\lambda/2 \quad \Rightarrow \quad \lambda=2L$ 1

حيث L هو طول الأنبوبة.

و يمكن أن يتكون داخل الأنبوبة مفتوحة الطرفين أكثر من عقدة و بطن. و يعطى التوافق الثانى عند:

$n=2 \quad \Rightarrow \quad \lambda=L$ 2

و عند التوافق الثالث:

$n=3 \quad \Rightarrow \quad \lambda=2L/3$ 3

و هكذا يمكن كتابة معادلة عامة للطول الموجي في الأنبوبة مفتوحة الطرفين من خلال العلاقات 1 و 2 و 3 كالتالي:

$\lambda=2L/n$

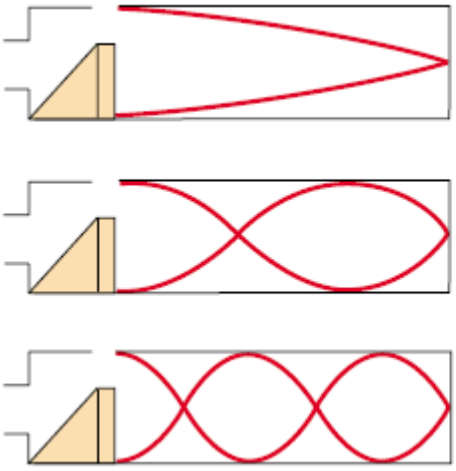
حيث n هو عدد التوافق Harmonic number.

و تعطى الترددات الرنينية Resonant Frequencies بالعلاقة:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2L} \qquad n=1,2,3, \ldots.$$

و ذلك في الأنبوبة مفتوحة الطرفين.

أما إذا كانت الأنبوبة مفتوحة من طرف واحد كما في شكل 9 فإن القوانين تصاغ على النحو التالي:



$$\lambda_1 = 4L \qquad f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{4L}$$

$$\lambda_3 = \frac{4}{3}L \qquad f_3 = \frac{3v}{4L} = 3f_1$$

$$\lambda_5 = \frac{4}{5}L \qquad f_5 = \frac{5v}{4L} = 5f_1$$

النغمة الأساسية (التوافق الأول) n=1

$L=\lambda/4 \Rightarrow \quad \lambda=4L$ 4

التوافق الثانى n=2

$L= 3\lambda/4 \quad \Rightarrow \quad \lambda=4L/3$ 5

و التوافق الثالث n=3

$L= 5\lambda/4 \quad \Rightarrow \quad \lambda=4L/5$ 6

و هكذا يمكن كتابة معادلة عامة للطول الموجي في الأنبوبة المفتوحة من طرف واحد من خلال العلاقات 4 و 5 و 6 كالتالي:

$$\lambda=4L/n$$

حيث n=1,2,3, … هو عدد التوافق. و بذلك تكون الترددات الرنينية عند قيم:

$$n=1,2,3, \ldots. \Rightarrow \quad f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{4L}$$

السؤال السادس:

ا-

سرعة الموجة فى وتر مشدود تعطى بالعلاقة

$V=(\tau/\mu)1/2$ (1)

حيث

$\tau = mg$ (2)

τ هو الشد فى الوتر ,

μ كتلة وحدة الاطوال من الوتر

العلاقة بين السرعة والتردد والطول الموجى هى

$V=\lambda f$ (3)

من المعادلات 1,2,3

$$f=1/\lambda\ (mg/\mu)^{1/2} \qquad (4)$$

وحيث ان السلك يمكن تقسيمه الى n من الاطوال النصف موجية

$$L=n\lambda/2 \qquad (5)$$

من المعادلات 3,4,5

$$f=n/2L(mg/\mu)^{1/2} \qquad (6)$$

المعادلة 6 تمثل تردد الوتلر المشدود فى تجربة ميلد.

ب-

A=15 cm, λ=40 cm , f=8 Hz

K=2π/λ=2π/40=0.157 rad/cm.

T=1/f=1/8=0.125 s.

ω=2πf=2π*8=50.3 rad/s.

v=$f\lambda$=40*8=320 cm/s.