تطبيقات رياضيه

أجب عن الأسئلة الآتية :-

السؤال الأول

أ- كتلة على شكل اسطوانة مصمتة نصف قطـــرها c لا تؤثر عليها أي قوة 0 تتحرك في اتجـــاه محورها خلال غبار ساكن كثافته الحجمية ρ 0 فإذا كان الغبار الذي يصطدم بالاسطوانة يعلق بها وكان u,M كتــلة وســرعة الاسطوانة عند البدء0 أثبت أن المسافة المقطوعة في زمن t تتعين من المعادلة

$$\left(M+\rho\pi c^{2}x\right)^{2}=M^{2}+2\rho\pi uc^{2}Mt$$

ب- تبحر سفينة A في اتجاه الشمال بسرعة مقدارها $12\,ml/hr$ وتبحر سفينة B تبعد عنها مسافة $10ml$ في اتجاه الشرق منها بسرعة مقدارها $16\,ml/hr$ غربا. أوجد متى تكون السفينتان أقرب ما يمكن وما هي أقل مسافة بينهما.

السؤال الثاني

أ- سلسلة منتظمة طولها $37\ cm$ ، ووزن وحدة الأطوال فيها $20\ gm$ 0 ثبت أحد طرفيها في نقطة ثابتة a ثم مرت السلسلة على بكرة صغيرة ملساء b في المستوى المار بالنقطة a 0 وتدلى جزء من السلسلة رأسياً تحت b طوله $13\,cm$ 0 أوجد الشد عند النقطة a وزاوية ميل السلسلة عند نفس النقطة 0 برهن على أن الشد عند أسفل نقطة من السلسلة يساوي وزن $100\ gm$ 0

ب- أثبت أن الضغط عند أي نقطة في المائع الذي في حالة سكون له نفس القيمة في جميع الاتجاهات 0

مع أطيب التمنيات بالنجاح **أنظر ورقة أسئلة تحليل رياضي (3)**

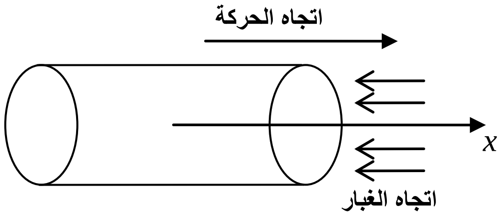
إجابة اختبار مادة تطبيقات رياضيه للفرقة الثانيه تربية عام - كلية التربية شعبة رياضيات العام الدراسي 2014/2013

الفصل الدراسي الأول تاريخ الاختبار الأربعاء 2014/1/1 (نصف ورقه امتحانيه)

أستاذ المادة د/ مجدى مصطفى حسين كلية العلوم قسم الرياضيات – جامعة بنها

إجابة السؤال الاول

أ-



كتلة الاسطوانة بعد أن تتحرك مسافة قدرها x في زمن قدره t

= كتلة الاسطوانة في البداية + كتلة الغبار الموجود داخل اسطوانة ارتفاعها x ونصف قطر قاعدتها c تساوي

$$\pi\rho c^2 x + M$$

معادلة الحركة هي

$$F = \frac{d}{dt}(m\,v) - u\frac{dm}{dt}$$

$\because$ الغبار ساكن والقوى المؤثرة على الاسطوانة تنعدم

$$\therefore F = 0 \quad ، \quad u = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \frac{d}{dt}(m\,v) = 0$$

$$\therefore \frac{d}{dt}(M + \pi\rho c^2 x)v = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore (M + \pi\rho c^2 x)\dot{x} = c_1$$

حيث c_1 ثابت0 في البداية كتلة الاسطوانة $\therefore c_1 = Mu \Leftarrow \dot{x} = u, x = 0, M$

$$\therefore (M + \pi\rho c^2 x)\dot{x} = Mu$$

$$\therefore \int (M + \pi\rho c^2 x)dx = \int Mu dt + c_2$$

$$\therefore Mx + \frac{1}{2}\pi\rho c^2 x^2 = Mut \quad \Rightarrow \quad \therefore 2Mx + \pi\rho c^2 x^2 = 2Mut$$

بضرب المعادلة السابقة في $\pi\rho c^2$ بإضافة M^2 لكل من الطرفين نحصل على

$$\therefore (M + \rho\pi c^2 x)^2 = M^2 + 2\rho\pi u c^2 Mt$$

ب- المسافة AB عند لحظة البداية هي $\overline{AB} = 10ml$ وإذا اعتبرنـا محور x على امتداد الخط AB وتكون A عند نقطة الأصل فانه بعد الفترة الزمنية t تصبح السفينة A عند النقطة A' على محور y والسفينة B عند النقطة B' على محور x حيث أن:

$$\overrightarrow{v_A} = 12\,\hat{j} \quad , \quad \overrightarrow{v_B} = -16\,\hat{i}$$

وحتى نجد المسافة r بين السفينتين توجد إحداثيات A', B'

$$A' \equiv (0, 12t) \quad , \quad B' \equiv (10 - 16t, 0)$$

وبذلك فان مربع المسافة r بدلالة الزمن t (ويلعب هنا دور البارمتر)

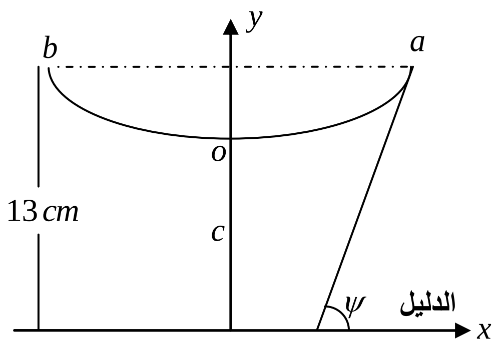
$$r^2=(10-16t)^2+(12t)^2$$

وبحساب المشتقة للطرفين بالنسبة للبارمتر t نجد :

$$r\frac{dr}{dt}=(10-16t)(-16)+(12t)(12)=16[-10+16t+9t]=16(25t-10)$$

وحتى تكون المسافة r أقل ما يمكن وكذلك r^2 فإننا نضع $\frac{dr}{dt}=0$ ونجد إذن أن الزمن T اللازم حتى تصبح السفينتان أقرب ما يمكن هو $T=\frac{10}{25}=0.4hr$ وبالتالي نجد :

$$r^2=(10-6.4)^2+(4.8)^2=(3.6)^2+(4.8)^2=36\Rightarrow r=6mi$$



<u>أ-</u> واضح أن $\overset{\frown}{ab}=37-13=24\ cm$

$$\therefore \overset{\frown}{bo}=\overset{\frown}{ao}=12\ cm$$

$$T_a=T_b=13\,w=13\times 20=260\,gm.wt$$

كذلك

$$s=c\tan\psi \quad\Rightarrow\quad \therefore 12=c\tan\psi \qquad (1)$$

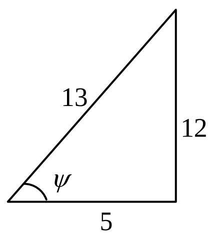
$$y=c\sec\psi \quad\Rightarrow\quad \therefore 13=c\sec\psi \qquad (2)$$

من المعادلتين $(1),(2)$ نحصل على

$$\sin\psi=12/13 \quad\Rightarrow\quad \therefore \psi=\sin^{-1}\frac{12}{13}$$

بالتعويض في المعادلة (1) نجد أن

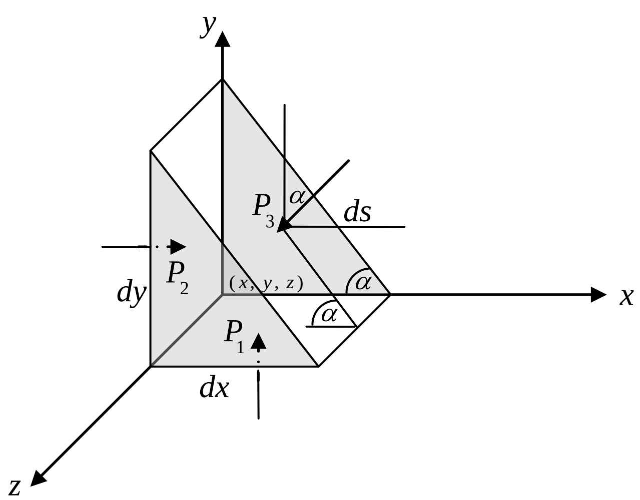
$$12=c\cdot\frac{12}{5}\Rightarrow \therefore c=5$$



$$\therefore T_a=13\cdot 20=260\ gm.wt$$

$$T_\circ=5\cdot 20=100\ gm.wt$$

<u>ب-</u> دعنا ننظر إلي وعاء يحتوي سائل في حالة سكون ، ولنتخيل حجم صغير من السائل على شكل منشور ثلاثي عند نقطة ما في السائل كما في الشكل



∵ السائل في حالة سكون أي أنه لا توجد حركة نسبية بين طبقات السائل 0

∴ ينعدم إجهاد القص عند جميع النقط في السائل أي أن المركبة المماسية للقوى السطحية تساوي صفراً 0

وتؤول القوة السطحية إلى المركبة العمودية فقط وهي الضغط أما القوي الحجمية فهي تنشأ من قوى الجاذبية الأرضية التي تؤثر في الاتجاه السالب لمحور y كما في الشكل السابق 0 نفرض أن $\delta\tau$ الحجم الصغير من المائع عند النقطة (x, y, z) حيث

$$\delta\tau = dx\,dy\,dz$$

وتكون القوى الحجمية الناتجة من الجاذبية الأرضية تساوي

$$\rho\, g\, \delta\tau / 2$$

حيث ρ الكثافة الحجمية للسائل ، g عجلة الجاذبية الأرضية 0 بتحليل القوى في اتجاه محور x ينتج أن

$$P_2\, dy\, dz - P_3 \sin\alpha\, dz\, ds = 0 \qquad (2)$$

حيث α الزاوية التي يصنعها ds مع محور x كما هو مبين بالشكل السابق0 ولكن $dy = ds \times \sin\alpha$ بالتعويض في المعادلة (2) ينتج أن

$$P_2 = P_3 \qquad (3)$$

بالتحليل في اتجاه محور y نحصل على

$$P_1\, dx\, dz - P_3\, dz\, ds\, \cos\alpha - \frac{1}{2}\rho\, g\, dx\, dy\, dz = 0 \qquad (4)$$

ولكن $dx = ds \times \cos\alpha$ بالتعويض في (4) نحصل على

$$P_1 - P_3 - \frac{1}{2}\rho\, g\;\; dy = 0 \qquad (5)$$

وحيث أن الحد الثالث في المعادلة السابقة صغير جداً نتيجة وجود dy لذلك يمكن إهماله أي أن المعادلة (5) تصبح على الصورة

$$P_1 = P_3 \qquad (6)$$

بمقارنة المعادلتين (3),(6) ينتج أن

$$P_1 = P_2 = P_3 \qquad (7)$$

حيث $\delta\tau$ عنصر حجم صغير اختياري وكذلك الزاوية α اختيارية 0