جامعة بنـها - كلية التربية(أساسى)

الفرقة الأولى (علوم+ دراسات اجتماعية)

الفصل الدراسي الأول

يوم الامتحان: الخميس 2 / 1 / 2014 م

المادة : أساسيات الرياضيات (نصف ورقة)

أستاذ المادة : د . / خليل محمد خليل محمد

مدرس بقسم الرياضيات بكلية العلوم

صورة من الامتحان+ نموذج إجابته

كليـة : التربية　　　　　المادة: أساسيات الرياضيات & الجبر　التاريخ: 2014/1/2
الفرقة: الأولى(علوم & دراسات)　　　　　الزمن : ساعــتين

===:

أولاً: أساسيات الرياضيات

أجب عما يأتي:-

1-a	إدرس هل التقرير التالي صائب منطقيا أم لا: $$p \wedge \sim [q \to (p \wedge q)]$$
1-b	إدرس إمكانية أن تتحقق العلاقات الآتية: $$C \neq \varphi, \quad A \cap B \neq \varphi, \; A \cap C \neq \varphi, \; (A \cap B) - C = \varphi$$ لأى ثلاث مجموعات A, B, C.
1-c	لتكن R علاقة على A بحيث أن $Dom(R) = A$ فاثبت إنه: (1) إذا كانت R متماثلة وناقلة فإن R عاكسه. (2) R ناقلة إذا وفقط إذا كان $R o R \subseteq R$.
2-a	إذا كانت $X = \{a, b c\}$ وكانت R_1, R_2 علاقتين على المجموعة X بحيث: $R_1 = \{(a,b), (a,c), (b,a), (b,c), (c,a), (c,b)\}$ $R_2 = \{(a,a), (a,b), (b,b), (b,a), (c,c)\}$ (1) أوجد $R_2 o R_1$　(2) أوجد R_1^{-1}, R_2^{-1}　(3) أيهما تمثل علاقة تكافؤ على X.
2-b	إذا كان $f : N \to N, \quad f(n) = n + 1 \quad \forall n \in N$ $g : N \to N, \quad g(n) = 2n^2 + 4 \quad \forall n \in N$ اثبت أن $g o f(n) \neq f o g(n)$ ؟

<u>انظر امتحان الجبر في الورقة الأخرى</u>

إجابة السؤال الأول (1-a):

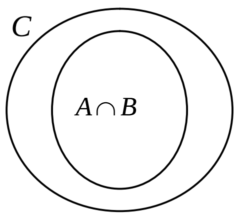
نبدأ بحساب جدول الصواب للتقرير كالأتى:

p	q	p∧q	q→(p∧q)	~[q→(p∧q)]	p∧~[q→(p∧q)]
1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0

وحيث أن التقرير المركب $p\wedge\sim[q\to(p\wedge q)]$ جميع قيم صوابه خاطئة فإنه خاطىء منطقيا.

إجابة السؤال الأول (1-b):

الشرط $A\cap B\neq\varphi$ معناه أن المجموعتين A,B كلاهما ليست خالية . أيضا من الشرط $(A\cap B)-C=\varphi$ يكافىء $(A\cap B)\subseteq C$ وبالتالي فإن الشرط $C\neq\varphi$ هو شرط زائد يمكن استنتاجه من الشروط الأخرى. من رسم شكل فن للعلاقة $(A\cap B)\subseteq C$ تتضح أن A,C متقاطعتان وبالتالى الشرط $A\cap C\neq\varphi$ يتحقق . مما سبق نجد أن جميع الشروط متحققة لأى ثلاث مجموعات.



إجابة السؤال الأول (1-c):

البرهان:

(1) بفرض أن R متماثلة وناقله على A وليكن $x\in A$

نفرض أن $y\in A,\ (x,y)\in R\Rightarrow (y,x)\in R$ (لأن R متماثلة) وحيث أن R ناقله

$$(x,y)\in R\wedge(y,x)\in R\Rightarrow(x,x)\in R \quad \therefore \forall x\in A\Rightarrow (x,x)\in R$$

إذن R عاكسة.

(2) أولا نفرض أن R ناقلة

$$(x,y)\in RoR\Rightarrow \exists\, z\in A,\ (x,z)\in R\wedge(z,y)\in R\Rightarrow(x,y)\in R \quad \therefore RoR\subseteq R$$

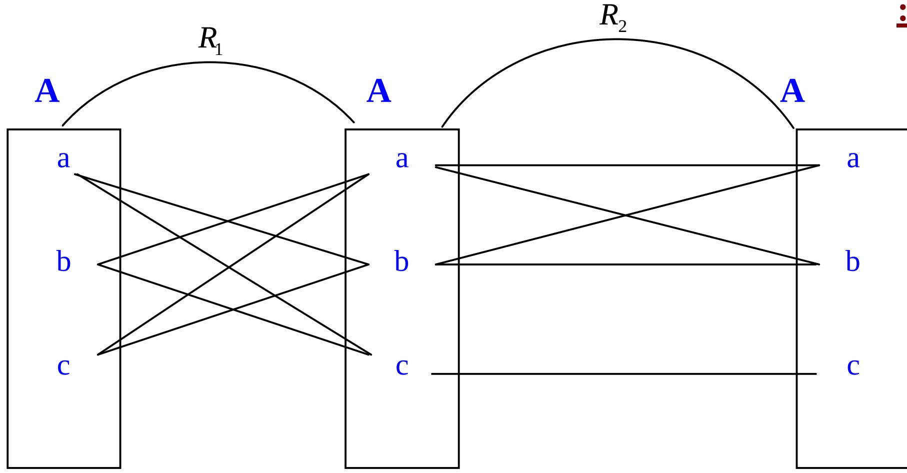
ثانيا العكس، نفرض أن $RoR\subseteq R$

$$(x,z)\in R\wedge (z,y)\in R\Rightarrow (x,y)\in RoR \quad \therefore\ (x,y)\in R$$

اذن R ناقله

****

إجابة السؤال الثانى (2-a):



من الشكل السابق نستنتج

(1) $R_2 \, o \, R_1 = \{(a,a),(a,b),(b,a),(b,b),(b,c),(c,a),(c,b)\}$

(2)

$R_1^{-1} = \{(b,a),(c,a),(a,b),(c,b),(a,c),(b,c)\} = R_1$

$R_2^{-1} = \{(a,a),(b,b),(c,c),(b,a),(a,b) = R_2$

(3) R_2 عاكسه ومتماثلة وناقلة فهى علاقة تكافؤ على X أما R_1 ليست عاكسه لأن $(a,a) \notin R_1$.

إجابة السؤال الثانى (2-b):

الحل:

$g o\, f(n) = g(f(n)) = g(n+1) = 2(n+1)^2 + 4 = 2n^2 + 4n + 6,$

$f \, o \, g(n) = f(g(n)) = f(2n^2+4) = 2n^2 + 4 + 1 = 2n^2 + 5.$

مما سبق نجد أن $g \, o \, f(n) \neq f \, o \, g(n).$

****