نموذج اجابة الخاص بالدكتورة مروة ابراهيم غنيمى
امتحان الفصل الدراسى الاول دور يناير2014
قسم الرياضيات المادة: اساسيات +جبر (جزء الجبر)
الفرقة الاولى اساسى رياضيات الزمن الكلى للمادة : ساعتان

اجب عن الاسئلة الاتية

السؤال الاول:

1- أثبت صحة العلاقة التالية بطريقة الاستنتاج الرياضي

$$\frac{1}{1.4}+\frac{1}{4.7}+\cdots+\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}=\frac{n}{3n+1}$$

الحـــل :

1- في حالة $n=1$ نجد أن

$=1/4$ الطرف الأيمن

$=1/4$ الطرف الأيسر أذن الطرفان متساويان

والعلاقة صحيحة عندما $n=1$

2- نفرض صحة العلاقة عندما $n=k$ أي أن

$$\frac{1}{1\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 7}+\cdots+\frac{1}{(3k-2)(3k+1)}=\frac{k}{3k+1} \qquad (1)$$

2- أثبت صحة العلاقة عندما $n=k+1$ وذلك باستخدام العلاقة (1)

$$\frac{1}{1\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 7}+\cdots+\frac{1}{(3k-2)(3k+1)}+\frac{1}{(3k+1)(3k+4)}$$

$$=\frac{k}{3k+1}+\frac{1}{(3k+1)(3k+4)}=\frac{k(3k+4)+1}{(3k+1)(3k+4)}=\frac{(3k+1)(k+1)}{(3k+1)(3k+4)}=\frac{k+1}{(3k+4)}$$

وهذا يساوي الطرف الأيمن من العلاقة المطلوب أثبات صحتها عندما نضع $n=k+1$ 0 أذن الطرفان متساويان عندما $n=k+1$ وبالتالي تكون العلاقة صحيحة لكل قيم n

2- اكتب على الصورة $a+ib$ العدد المركب $\frac{8+3i}{2i}$.

$$\frac{8+3i}{2i}=\frac{(8+3i)(-2i)}{(2i)(-2i)}=(-16i+6)/4$$

3- أوجد الكسور الجزئية للكسر

$$\frac{x^3+1}{x^2+3x+2} = x-3+\frac{7x+4}{(x+2)(x+1)} = x-3+\frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1} =$$

$$x-3+\frac{10}{x+2}-\frac{3}{x+1}$$

السؤال الثانى:

1- اوجد جذور المعادلة $2x^3-5x^2-2x+2=0$

إذا كان $\sqrt{3}-1$ جذراً لها.

الحل: حيث أن المعادلة ذات معاملات حقيقية ، $\sqrt{3}-1$ جذرا أصم فان $1+\sqrt{3}$ أيضا جذرا لها0 لإيجاد الجذر الثالث نجري القسمة التركيبية مرتين كما سبق فنحصل على

$1+\sqrt{3}$	2	-5	-2	2
		$2+2\sqrt{3}$	$3-\sqrt{3}$	-2
$1-\sqrt{3}$	2	$-3+2\sqrt{3}$	$1-\sqrt{3}$	0
		$2-2\sqrt{3}$	$-1+\sqrt{3}$	
	2	-1	0	

إذن ناتج القسمة هو $(2x-1)$ وبالتالي يكون الجذر الثالث $x=1/2$ 0

2- أثبت أن

$$\binom{n}{r} = \frac{n-r+1}{r}\binom{n}{r-1}$$

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{(n-r+1)n!}{r(n-r+1)!(r-1)!} = \frac{n-r+1}{r}\binom{n}{r-1}$$

3- اوجد حل مجموعة المعادلات الخطية الاتية باستخدام المعكوس الضربى للمصفوفة

$$5x\text{-}4y = 10$$

$$4y\text{-}5z = -5$$

$$3x\text{-}2z = 20$$

سبق أن أوضحنا أنه إذا كان لدينا المعادلات
فإنه يمكن كتابتها على الصورة

$$A \cdot X = C$$

وبضرب الطرفين في المعكوس الضربي للمصفوفة A نجد أن

$$A^{-1} \cdot (A \cdot X) = A^{-1} \cdot C \Rightarrow \therefore X = A^{-1} \cdot C$$

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 0 \\ 0 & 4 & -5 \\ 3 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

أولاً: نوجد مصفوفة محددات العناصر وهي

$$\begin{bmatrix} -8 & -15 & -12 \\ -8 & -10 & -12 \\ 20 & 25 & 20 \end{bmatrix}$$

ثانياً: نوجد مدور هذه المصفوفة

$$A_{adj} = \begin{bmatrix} -8 & -8 & 20 \\ -15 & -10 & 25 \\ -12 & -12 & 20 \end{bmatrix}$$

ثالثا: نوجد قيمة محددة المصفوفة

$$|A| = 20$$

$$X = \frac{1}{20}\begin{bmatrix} -8 & -8 & 20 \\ -15 & -10 & 25 \\ -12 & -12 & 20 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 10 \\ -5 \\ 20 \end{bmatrix} = \frac{1}{20}\begin{bmatrix} 360 \\ 400 \\ 340 \end{bmatrix}$$

$$x = 18, y = 20, z = 17$$