

جامعة بنها الفرقة الأولى لغة عربية (تعليم أساسي) امتحان دوريناير 2014
كلية التربية المادة/أساسيات و جبر الخميس 2014-1-2

أجب عن الاسئلة الآتية : (أساسيات) الإجابة

السؤال الأول
*عرف المجموعة المكملة, أذكر قانوني ديمورجان ثم أثبت أن

$$\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

الحل:

$$\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B} \quad , \quad \overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B} .$$

$$\begin{aligned} \overline{(A \cup B)} &= \{x / x \notin (A \cup B)\} = \{x / x \notin A \wedge x \notin B\} \\ &= \{x / x \in \bar{A} \wedge x \in \bar{B}\} \\ &= \bar{A} \cap \bar{B} \end{aligned}$$

*بين أن علاقة \leq المعرفة علي N هي علاقة ترتيب كلي.
الحل:

- 1) $\forall n \in N$ then $n=n$ i.e $n \leq n$ العلاقة عاكسة
- 2) $n \leq m$ and $m \leq n \rightarrow n = m$ العلاقة متخالفة
- 3) $n \leq m$, $m \leq l \rightarrow n \leq l$ العلاقة ناقلة
- 4) كل عنصرين مترابطين

أي أن العلاقة \leq المعرفة علي N هي علاقة ترتيب كلي.

*ما المقصود بعلاقة التكافؤ وإذا كانت R علاقة علي $N \times N$ معرفة كالآتي

$$1) (a,b) R (c,d) \iff a+d = b+c$$

$$2) (a,b) R (c,d) \iff a.d = b.c$$

أثبت أن R علاقة تكافؤ علي $N \times N$ وأوجد الفصول التكافئية

$$[(2,2)] , [(2,5)]$$

الحل:

$$1) \forall (a,b) \in N \times N \Rightarrow a+b = b+a \Rightarrow (a,b) R (a,b)$$

أي أن R علاقة عاكسة

$$2) \forall (a,b) \in R (c,d) \Rightarrow a+d = b+c$$

أي أن العلاقة متماثلة i.e $c+b = d+a$ i.e $(c,d) \in R (a,b)$

$$3) \text{ if } (a,b) \in R (c,d) \text{ and } (c,d) \in R (s,r) \Rightarrow (a,b) \in R (s,r)$$

أي أن العلاقة ناقلية

إذا R علاقة تكافؤ

وفصول التكافؤ هي

$$\begin{aligned} [(2,2)] &= \{ (x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}; (x,y) \in R (1,1) \} \\ &= \{ (x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}; (x+1 = y+1) \} \\ &= \{ (x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}; (x = y) \} \end{aligned}$$

$$\{ (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), \dots \}$$

$$[(2,5)] = \{ (x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}; (x,y) \in R (2,5) \}$$

$$\begin{aligned} &= \{ (x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}; x+5=y+2 \} \\ &= \{ (x,y); y = x+3 \} \\ &= \{ x, x+3 \} \\ &= \{ (1,4), (2,5), (4,10), \dots \} \end{aligned}$$

بالمثل الجزء الثاني.

السؤال الثاني

*إذا كانت ρ علاقة تكافؤ علي المجموعة X فأثبت أن

$$\begin{aligned} \text{i) } a \in [a], & \quad \forall a \in X \\ \text{ii) } [x]=[y] & \iff x \rho y \\ \text{iii) } [x] \neq [y] & \implies [x] \cap [y] = \emptyset \end{aligned}$$

الحل: النظرية مبرهنة صد 90 بالكتاب المقرر.

*إذا كان

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad f(n) = 2n+5 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad g(n) = 2n^2+1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

أوجد $f \circ g, g \circ f$

الحل:

$$\begin{aligned} \text{gof} = \text{g}(f(n)) &= \text{g}(2n+5) = 2(2n+5)^2 + 1 \\ &= 4n^2 + 10n + 26 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{fog} = \text{f}(g(n)) &= \text{f}(2n^2+1) = 2(2n^2+1) + 5 \\ &= 4n^2 + 7 \end{aligned}$$

* بين نوع التطبيقات الآتية من حيث كونها أحادية, شاملة

1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x$, $\forall x \in \mathbb{R}$

2) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = 2x$, $\forall x \in \mathbb{Z}$

الحل:

1) $\sin(x_1) = \sin(x_2)$

$$\begin{aligned} x_1 \neq x_2 \quad \text{say } \sin(0) = \sin(\Pi) = 0 \\ 0 \neq \Pi \end{aligned}$$

2) $f(x) = 2x$ أحادي وليس شامل
وذلك لأن المدى هو أعداد زوجية فقط.

مع أطيب التمنيات

د/أحمد عبد الخالق محمد عبد الله

ت/ 01157673982