جامعة بنها الفرقة الأولي رياضيات(تعليم اساسي) امتحان دوريناير2014

كلية التربية المادة/أساسيات و جبر الأحد 12-1-2014

****

أجب عن الاسئلة الآتية : الإجابـــــــــــة (أساسيات)

السؤال الأول

*عرف المجموعة الشاملة, والمجموعة المكملة, ثم أثبت أن

$$\overline{(A\cup B)}=\overline{A}\cap\overline{B}$$

الحـــــــــــــــل:

$$\overline{(A\cup B)}=\overline{A}\cap\overline{B} \quad , \quad \overline{(A\cap B)}=\overline{A}\cup\overline{B}\,.$$

$$\overline{(A\cup B)}=\{x/x\notin(A\cup B)\} \;=\{x/x\notin A\wedge x\notin B\}$$
$$=\{x/x\in\overline{A}\wedge x\in\overline{B}\}$$
$$=\overline{A}\cap\overline{B}$$

*عرف علاقة الترتيب االجزئي وعلااقة الترتيب الكلي ومن ثم أثبت أن

$(P(X),\le)$ علاقة ترتيب جزئي حيث $X=\{a, b, c\}$ مع الرسم.

الحـــــــــــــــل:

علاقة الترتيب الجزئي: هي علاقة عاكسة , متخالفة , وناقلة.

علاقة الترتيب الكلي : هي علاقة ترتيب جزئي بالإضافة انها مترابطة.

ومن ثم

P(X) ={ {a}, {b}, {c}, {a,b}, {a,c}, {b,c}, {a,b,c}}

كل مجموعة جزئية في مجموعة القوة جزئية من نفسها (العلاقة عاكسة)

لأي مجموعتين لا يتحقق أن كل منهما جزئية من الأخري الا إذا تساويتا (العلاقة متخالفة)

واضح أن العلاقة ناقلة

أي أن العلاقة $(P(X),\le)$ هي علاقة ترتيب جزئي.

الرسم انظر المثال صـ 99

*مالمقصود بعلاقة التكافؤ واذا كانت R علاقة علي NxN معرفة كالآتي

1) (a,b) R (c,d) <=> a+d = b+c

2) (a,b) R (c,d) <=> a.d = b.c

أثبت أن *R* علاقة تكافؤ علي NxN وأوجد الفصول التكافئية

[(5,5)] , [(3,4)]

الحــــــــــــــــــــــل:

1) V (a,b) ϵ NxN => a+b = b+a => (a,b) R (a,b)

أي أن Rغلاقة عاكسة

2) V (a,b) R (c,d) => a+d = b+c

i.e c+b =d+a i.e (c,d) R (a,b) أي أن العلاقة متماثلة

3) if (a,b) R (c,d) and (c,d) R (s,r) => (a,b) R (s,r)

أي أن العلاقة ناقلة

إذاR علاقة تكافئ

وفصول التكافئ هي

[(5,5)] = { (x,y) ϵ NxN; (x,y) R (5,5) }

= { (x,y) ϵ NxN; (x+5 = y+5) }

= { (x,y) ϵ NxN; (x= y) }

{ (1,1), (2,2) ,(3,3), (4,4), (5,5), ...}

[(3,4)] = { (x,y) ϵ NxN; (x,y) R (3,4) }

= {(x,y) ϵ NxN; x+4=y+3 }

= { (x,y) ; y = x+1 }

= {x, x+1}

= { (1,2), (2,3), (3,4), … }

بالمثل الجزء الثاني.

السؤال الثاني

*إذا كانت ρ علاقة تكافؤ علي المجموعة X فأثبت أن

i) $a \in [a]$, $\forall \ a \in X$

ii) $[x]=[y] \iff x \ \rho \ y$

iii) $[x] \neq [y] \implies [x] \cap [y] = \varphi$

الحــــــــــــــــــل: النظرية مبرهنة صـ 90 بالكتاب المقرر.

*إذا كان

$f: N \to N$, $f(n) = n+1$ $\forall \ n \in N$

$g: N \to N$, $g(n) = 2n^2+3$ $\forall \ n \in N$

أوجد fog, gof

الحــــــــــــــــــل:

$Gof = g(f(n)) = g(n+1) = 2(n+1)^2 + 3$

$= 2n^2 + 4n + 5$

$fog = f(g(n)) = f(2n^2+3) = (2n^2+1) + 1$

$= 2n^2 + 2$

* بين نوع التطبيقات الآتية من حيث كونها أحادية, شاملة

1) $f: R \to R$, $f(x) = x^3$, $\forall \ x \in R$

2) $f: Z \to Z$, $f(x) = x^3$, $\forall \ x \in Z$

الحــــــــــــــــــل:

1) i)- let $f(x_1) = f(x_2) \to x_1^3 = x_2^3 \to x_1 = x_2$

أي أن الراسم أحادي

ii)- Let $y \in R$, $f(x) = y = x^3 \to x = \sqrt[3]{y} \in R$ i.e $f(R) = R$

أي أن الراسم شامل ومن ثم فالراسم راسم تقابل.

2) i)- مثل الراسم السابق فإنه راسم أحادي

ii) - Let y **Є Z ,   f(x) =y= x^3 → x=$\sqrt[3]{y}$ Є/ Z**

أي أن الراسم ليس شامل .

مع أطيب التمنيات

د/أحمد عبدالخالق محمدعبدالله
ت/ 01157673982
كلية العلوم – قسم الرياضيات