نموذج اجابة تخلفات الفرقة الثانية تعليم اساسى لمادة الجبر شعبة: علوم
الخاص بالدكتورة/ مروة ابراهيم غنيمى- مدرس بقسم الرياضيات - كلية العلوم

السؤال الاول:

1- أثبت صحة العلاقة التالية بطريقة الاستنتاج الرياضي

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

الحـــل :-

في حالة $n=1$ نجد أن

الطرف الأيمن $=\frac{1}{6}(2)(3)=1$

الطرف الأيسر $=1^2=1$

أذن الطرفان متساويان والعلاقة صحيحة عندما $n=1$

نفرض صحة العلاقة عندما $n=k$ أي أن

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2=\frac{1}{6}k(k+1)(2k+1) \qquad (1)$$

أثبت صحة العلاقة عندما $n=k+1$ وذلك باستخدام العلاقة (1) بإضافة $(k+1)^2$ لكل من طرفيها نجد أن

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2+(k+1)^2=$$

$$=\frac{1}{6}k(k+1)(2k+1)+(k+1)^2$$

$$=(k+1)\left(\frac{1}{6}k(2k+1)+(k+1)\right)$$

$$=\frac{1}{6}(k+1)\big(k(2k+1)+6(k+1)\big)$$

$$=\frac{1}{6}(k+1)\left(2k^2+7k+6\right)$$

$$=\frac{1}{6}(k+1)(k+2)(2k+3)$$

$$=\frac{1}{6}(k+1)(k+2)\big(2(k+1)+1\big)$$

وهـذا يسـاوي الطـرف الأيمـن مـن العلاقـة المطلـوب أثبـات صـحتها عنـدما نضـع $n = k+1$ 0 أذن الطرفـان متسـاويان عنـدما $n = k+1$ وبالتـالي تكـون العلاقـة صحيحة لكل قيم n

2- أوجد مرافق العدد $z = 2+3i$ وأوجد عمليات حاصل ضرب وجمع وطرح وقسمة العدد مع المرافق .

<u>الحـــل</u>

مرافق العدد هو $\bar{z} = 2-3i$ ويكون

$$z\,\bar{z} = (2+3i)(2-3i) = 4+9 = 13$$

$$z+\bar{z} = (2+3i)+(2-3i) = 4$$

$$z-\bar{z} = (2+3i)-(2-3i) = 4i$$

$$z/\bar{z} = (2+3i)/(2-3i) = (-5+12i)/13$$

3- أوجد الكسور الجزئية للكسر $\dfrac{2x+3}{(x-1)(x+2)}$

<u>الحل</u>

درجة البسط أقل من درجة المقام ، والمقام عبارة عن حاصل ضرب عوامل أولية وبالتـالي نفرض مباشرة صورة الكســور الجزئية :

$$\frac{2x+3}{(x-1)(x+2)} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x+2)}$$

$$= \frac{A(x+2)+B(x-1)}{(x-1)(x+2)}$$

بضرب الطرفين في المقام $(x-1)(x+2)$ نحصل على

$$2x+3 = A(x+2)+B(x-1)$$

وللحصـول علـى الثوابـت نسـتخدم طريقـة التعـويض 0 ونلاحـظ أنـه بـالتعويض عن $x=1$ نحصل على معادلة في A فقط

$$2(1)+3 = A(1+2)+B(1-1) \Rightarrow \therefore A = 5/3$$

وبالتعويض عن $x=-2$ نحصل على معادلة في B فقط

$$2(-2)+3 = A(-2+2)+B(-2-1) \Rightarrow \therefore B = 1/3$$

وبالتالي يكون الناتج على الصورة ك

$$\frac{2x+3}{(x-1)(x+2)} = \frac{5}{3(x-1)} + \frac{1}{3(x+2)}$$

<u>السؤال الثاني:</u>

-1 اوجد جذور المعادلة $2x^3-5x^2-2x+2=0$

إذا كان $\sqrt{3}-1$ جذرا لها.

الحل: حيث أن المعادلة ذات معاملات حقيقية ، $\sqrt{3}-1$ جذرا أصم فان $1+\sqrt{3}$ أيضا جذرا لها0 لإيجاد الجذر الثالث نجري القسمة التركيبية مرتين كما سبق فنحصل على

$1+\sqrt{3}$	2	-5	-2	2
		$2+2\sqrt{3}$	$3-\sqrt{3}$	-2
$1-\sqrt{3}$	2	$-3+2\sqrt{3}$	$1-\sqrt{3}$	0
		$2-2\sqrt{3}$	$-1+\sqrt{3}$	
	2	-1	0	

إذن ناتج القسمة هو $(2x-1)$ وبالتالي يكون الجذر الثالث $x=1/2$ 0

2- استخدم نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك $(2+4x)^4$.

الحــل :

$$(2+4x)^4=(4x)^4+4(2)(4x)^3+\frac{4\cdot 3}{2!}(2)^2(4x)^2$$
$$+\frac{4\cdot 3\cdot 2}{3!}(2)^3(4x)^1+(2)^4$$
$$=256x^4+512x^3+384x^2+128x+16$$

3- اوجد حل مجموعة المعادلات الخطية الاتية باستخدام طريقة كرامر

$$2x\text{-}2y\text{-}z\text{-}3=0$$

$$4x+5y\text{-}2z+3=0$$

$$3x+4y\text{-}3z+7=0$$

الحل

$$\Delta=-27, \Delta_x=-54, \Delta_y=27, \Delta_z=-81$$
$$x=\Delta_x/\Delta=2, y=\Delta_y/\Delta=-1, z=\Delta_z/\Delta=3$$