إجابـــــــــــــــــةأمتحان مادة تحليل رياضى للفرقة الرابعة تربية أساسى رياضيات(لائحة قديمة)

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول:

أحسب قيمة التكاملات الآتية:

$$\int \frac{\sin x}{\cos x+\sin x}dx \quad , \quad \int \frac{\cos x}{\cos x+\sin x}dx \text{ و } \int x\tan^{-1}x\,dx$$

الحـــــــــــــــــل :

$$\int x\tan^{-1}x\,dx=(x^2\tan^{-1}x)/2-1/2\int x^2/1+x^2\,dx$$
$$=(x^2\tan^{-1}x)/2-1/2x+1/2\tan^{-1}x+c$$
$$=\tan^{-1}x/2(x^2-1/2x)+c$$

أحسب قيمة التكامل

$$i)\int \frac{\cos x}{\cos x+\sin x}dx \quad , \quad ii)\int \frac{\sin x}{\cos x+\sin x}dx$$

الحـــــــــــــــــل :

نفرض أن

$$I=\int \frac{\cos x}{\cos x+\sin x}dx \quad , \quad J=\int \frac{\sin x}{\cos x+\sin x}dx$$

$$\because I+J=\int \frac{\cos x+\sin x}{\cos x+\sin x}dx=\int dx=x+c_1 \qquad (1)$$

$$\because I-J=\int \frac{\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}dx=\ln(\cos x+\sin x)+c_2 \quad (2)$$

بجمع المعادلة (1),(2) نجد أن

$$I=\frac{1}{2}[x+\ln(\cos x+\sin x)]+c$$

بطرح المعادلتين (1),(2) نجد أن

$$J=\frac{1}{2}[x-\ln(\cos x+\sin x)]+b$$

$$\int x^2 \ln x \, dx \qquad \int \tan x \, dx \qquad \int \frac{x^3 - 2x + 3}{x^3} dx$$

الحـــــــــــل:

$$\int \tan x \, dx = \int \frac{\sin x \;\; dx}{\cos x} = -\ln \cos x + c = \ln \sec x + c$$

$$\int \frac{x^3 - 2x + 3}{x^3} dx = \int (1 - 2x^{-2} + 3x^{-3}) dx = x + 2/x - 3/2x^2 + c$$

$$\int x^2 \ln x \, dx = \frac{x^3 \ln x}{3} - \int \frac{x^2}{3} dx + c = \frac{x^3}{3}(\ln x - 1/3) + c$$

السؤال الثاني:

أ- إحسب التكاملات الآتية:

$$\int \frac{2x^2 - 1}{(x-1)(x+2)} dx \text{ و} \quad \int \frac{\cos x}{\sqrt{1 + \sin x}} dx \text{ و} \quad \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - x^6}}$$

أوجد قيمة التكامل $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - x^6}}$

الحـــــــــــل :

بوضع $u = x^3$ نجد أن $du = 3x^2 dx$ بالتعويض في التكامل نحصل على

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - x^6}} = \frac{1}{3} \int \frac{du}{\sqrt{1 - u^2}} = \frac{1}{3} \sin^{-1} u + c = \frac{1}{3} \sin^{-1} x^3 + c$$

$$\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1 + \sin x}} = 2\sqrt{1 + \sin x} + c$$

$$\int \frac{2x^2 - 1}{(x-1)(x+2)} dx = \frac{1}{3} \int \frac{dx}{(x-1)} + \frac{7}{3} \int \frac{dx}{(x+2)} = \frac{1}{3} \ln(x-1) + \frac{7}{3} \ln(x+2) + c$$

جامعة بنها
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الزمن :ساعتان
الترم: الثاني
التاريخ:22-5-16

ب- إحسب التكامل $I = \int \frac{dx}{(4-x^2)^{3/2}}$

السؤال الثالث:

أ- أوجد المساحة داخل دائرة نصف قطرها a

ب- أوجد المساحة المحصورة بين المنحني

$$5x^2 + 6x\,y = x^3$$

ومحور السينات.

الحـــــــــــــــل: أ , ب أنظر الكتاب المقرر في حساب المساحات.

جـ- أوجد حل المعادلة التفاضلية الآتية:

$$dy/dx = (1+y^2)/(1+x^2)$$

الحـــــــــــــــل: بفصل ا لمتغيرات

$$dy/dx = (1+y^2)/(1+x^2) \;\; i.e \;\; dy/(1+y^2) = dx/(1+x^2)$$

$$i.e \;\; \tan^{-1}y = \tan^{-1}x + c$$

السؤال الرابع:

أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المساحة المحصورة بين القطع المكافئ $y^2 = 4ax$ ووتره البؤري العمودي إذا كان الدوران حول محور السينات .

الحـــــــــــــــل: أ , ب أنظر الكتاب المقرر في حساب الحجوم الدورانية.

مع أطيب التمنيات

د/جلال مختار السلاموني
أستاذ مساعد – قسم الرياضيات- كلية العلوم