==========

الإجابه النموزجيه :

(1)

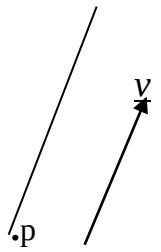
يُعرف المُستوى فى الفراغ على أنه الشكل الهندسى الذى يجمع ثلاث نقاط ليست على إستقامه واحده. و يُمكن وصف المُستوى هندسيا بمعلومية كل من- نقطه P واقعه بداخله و إتجاه المُتجه $\underline{n}$ العمودى عليه - .

تعرف الكُرة على أنها السطح الهندسى الذي ترسمُه نُقطة تتحرك في الفراغ بحيث تظل دائماً على بُعد ثابت من نقطة ثابته في الفراغ , تُسمى النُقطة الثابتة مركز الكُرة ويُسمى البُعد الثابت نصف قطر الكُرة .

(2)

حيث أن الخط المُستقيم يوازي المُتجه $\underline{v} = 2\,i - 3\,j + 4k$.

فإن مُعادلة المُستقيم الإتجاهيه هي



$$\underline{r} = \underline{r}_o + \lambda\,\underline{v}$$
$$= (i - j - 3\,k) + \lambda\,(2\,i - 3\,j + 4k)$$
$$= (1+2\,\lambda)\,i - (1+3\,\lambda)\,j - (3-4\,\lambda)\,k$$

و تكون مُعادلته االبارامتريه هي

$$x\,i + y\,j + z\,k = (1+2\,\lambda)i - (1+3\,\lambda)j - (3-4\,\lambda)k$$
$$\Rightarrow x = 1 + 2\,\lambda\,;\; y = -1 - 3\,\lambda\,;\; z = -3 + 4\,\lambda$$

و مُعادلته االقياسيه هي

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z+3}{4}$$

(3)

المُتجه $\underline{AB} = 3\,i - 5\,j - 8\,k$. و من ثم فإن نسب إتجاه المُستقيم AB هى [3, -5,-8]،

و النقطه A = (-3, 5, 15) واقعة عليه.

و المُتجه $\underline{CD} = 2\,i - 2\,j - 4\,k$. و من ثم فإن نسب إتجاه المُستقيم

CD هى [2, -2,-4]، و النقطه C =(2, -1, 4) واقعة عليه.

بُناء عليه فأن

$$\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3-2 & 5+1 & 15-4 \\ 3 & -5 & -8 \\ 2 & -2 & -4 \end{vmatrix} = 0$$

و هو ما يُوضح أن المُستقيمين مُتقاطعين . "و هماغير متوازيين لأن نسب إتجاههما غير مُتناسبه"

لإيجاد إحداثيات نُقطة التقاطُع و التى عندها تتساوى المُعادلتين الإتجاهيتين للمُستقيمين , CD. AB نجد أنه :

مُعادلة المُستقبم الأول هى $\underline{r} = -3i + 5j + 15k + \mu\,(3\,i - 5\,j - 8\,k)$

مُعادلة المُستقبم الثانى هى $\underline{r'} = 2\,i - j + 4\,k + \lambda\,(2\,i - 2\,j - 4\,k)$

تتميز نقطة تقاطُع المُستقيمان بأنه عندها يكون $\underline{r} = \underline{r}'$.

و هو ما يؤدى الى أن

$$-3i + 5j + 15\,k + \mu\,(3i - 5j - 8k) = 2i - j + 4k$$

$$+ \lambda\,(2i - 2j - 4k)$$

و منها نحصُل على ثلاث مُعادلات فى مجهولين هى

$-3+3\mu = 2+2\lambda$; $5-5\mu = -1-2\lambda$; $15-8\mu = 4-4\lambda$

بحل هذه المُعادلات نجد أن $\mu = ½$

و بالتعويض عن قيمة μ فى مُعادلة المُستقيم الأول نجد أن إحداثيات نُقطة التقاطُع هى

$$\underline{r} = -3\,i + 5\,j + 15\,k + (½)(3\,i - 5\,j - 8\,k)$$

$$\Rightarrow \quad x\,i + y\,j + z\,k = -\frac{3}{2}\,i + \frac{5}{2}\,j + 11\,k$$

$$\Rightarrow \quad (x, y, z) = \left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 11\right)$$

(4)

مُعادلة المُستوى بمعلومية الأجزاء التى يقطعُها من محاور الإحداثيات هي

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-6}=1$$

$$\Rightarrow 12\,x + 6\,a\,y - 2a\,z = 12\,a$$

وحيث ان المُستوى عمودى على المُتجه $\underline{w} = 4\,i + 18\,j - 6\,k$

فإن هذا المُتجه سيكون موازياً للمُتجه "$\underline{n} = 12\,i + 6a\,j - 2a\,k$"

العمودي على المُستوى. عندئذ يكون $\underline{w} \,//\, \underline{n}$

$$\Rightarrow \underline{w} = \lambda\,\underline{n}, \quad \lambda \in R$$

$$\Rightarrow 4\,i + 18\,j - 6\,k = \lambda\,(12\,i + 6a\,j - 2a\,k)$$

$$\Rightarrow -4 = 12\lambda \; ; \; 18 = 6\lambda a \; ; \; -6 = -2\lambda a$$

$$\Rightarrow \lambda = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow a = -9$$

بُناء عليه تكون مُعادلة المُستوى المطلوب هي

$$12x - 54y + 18z = -108$$

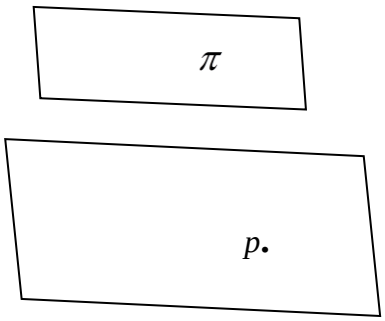
$$\Rightarrow \quad 4x - 18y + 6z + 36 = 0$$

.

(5)

مُعادلة المُستوى هي $(\underline{r} - \underline{r}_o) \cdot \underline{n} = 0$

حيث $\underline{r}_o$ مُتجه موضع النقطه p، أى أن $\underline{r}_o = 2\,i - 3\,j - 7\,k$



كما أن المُتجه $\underline{n}$ العمودى على المُستوى المطلوب هو نفس المُتجه العمودى على المُستوى π (الموازى). والذى يُعطى بالعلاقه $\underline{n} = i - 2\,j + 5\,k$

و عندئذ فإن مُعادلة المُستوى تكون

$$(\underline{r} - \underline{r}_o) \cdot \underline{n} = 0$$

$$\Rightarrow [(x\,i + y\,j + z\,k) - (2\,i - 3\,j - 7k)] \cdot (i - 2\,j + 5\,k) = 0$$

$$\Rightarrow [(x - 2)\,i + (y + 3)\,j + (z + 7)\,k] \cdot (i - 2\,j + 5\,k) = 0$$

$$\Rightarrow x - 2y + 5z = -27$$

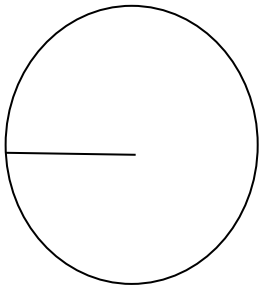
(6)

نكتُب مُعادلة الكُرة المُعطاة على الصورة

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 15/4 = 0$$

نحصل على إحداثيات المركز و نصف القطر، ذلك بإكمال المربع :

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1 + 4 + 1 - \frac{15}{4} = \frac{9}{4}$$



بُناء عليه فهي مُعادلة كُرة مركزها النُقطه $M(1,-2,-1)$ ونصف قطرُها $r = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$