جامعة بنها – كلية التربية – الفصل الدراسي الثاني للعام 2016/2015

امتحان الفرقة الثانيه تربية عام – شعبة فيزياء

المادة / رياضيات (4) (استاتيكا ومتجهات + ديناميكا + معادلات تفاضلية) **الزمن / ساعتان**

استاتيكا ومتجهات (الدرجات موزعة بالتساوي)

أجب عن الاسئلة الآتية :-

1- أثبت أن $(\underline{A}\cdot\underline{B})^2 = A^2B^2 - |\underline{A}\wedge\underline{B}|^2$

2- تؤثر القوتان F_1, F_2 في نقطة الأصل o حيث F_1 تصنع زاوية α مع الاتجاه الموجب للمحور ox ، F_2 تصنع زاوية α مع الاتجاه السالب للمحور ox 0 عين مقدار كل من القوتين F_3 الأفقية , F_4 الرأسية لكي تتزن المجموعة إذا علم أن

$$F_1 = 260\ N \quad , \quad F_2 = 520\ N \quad , \quad \tan\alpha = 5/12$$

3- وضع جسم وزنه $5\ kg.wt$ على مستوى أفقي خشن 0 أوجد قيمة أصغر قوة تجعل الجسم على وشك الحركة على المستوى إذا أثرت في إتجاه $\sin^{-1}(4/5)$ على الأفقي ثم عين مقدار وإتجاه رد الفعل المحصل علماً بأن معامل الاحتكاك بين الجسم والمستوى يساوي 01/2

4- $OABC$ مربع طول ضلعه $1\ m$ أثرت قوى مقاديرها $5,3\sqrt{2}$, 2,6,2 نيوتن في الأضلاع OA, AB, BC, CO, OB على الترتيب وفي اتجاه ترتيب الحروف 0 أوجد مقدار المحصلة واتجاه المحصلة وأوجد معادلة خط عملها

ديناميكا (الدرجات موزعة بالتساوي)

أجب عن الاسئلة الآتية :-

1 يتحرك جسيم في الاتجاه الموجب لمحور x بعجلة مقدارها $f = 12t + 8$ فإذا بدأ الجسيم هي حركته بسرعة $10\ m/\sec$ من نقطة تبعد عن نقطة الأصل o مسافة $28\ m$ أوجد سرعة الجسيم وبعده عن o بعد مضي زمن قدره $5\sec$ ومتى وأين تصبح سرعة الجسيم $50\ m/\sec$ وما هي عجلته عندئذ 0

2- تتعين سرعة جسيم على محور x بالمعادلة $v^2 = -2x^2 + 4x + 6$ حيث الزمن بالثانية والمسافة بالمتر0 أثبت أن الحركة توافقية بسيطة وأوجدي مركزها وسعتها وترددها وأكبر قيمة للعجلة 0

3- إذا علم أن مركبتي سرعة جسيم في إتجاه متجه الموضع والعمودي عليه هما $\mu\theta, \lambda r$ على الترتيب حيث μ, λ ثابتان 0 أوجد معادلة المسار وأثبت أن مركبتي العجلة في نفس الاتجاهين السابقين هما على الترتيب $\mu\theta\left(\lambda + \frac{\mu}{r}\right)$ ، $0\ \lambda^2 r - \frac{\mu^2\theta^2}{r}$

4- كرة كتلتها $10\ lb$ تسير بسرعة $8\ ft/\sec$ 0 اصطدمت بكرة أخرى كتلتها $8\ lb$ وتتحرك بسرعة $4\ ft/\sec$ في الاتجاه المضاد0إذا كان معامل الارتداد $e = 1/3$ فأوجد سرعتي الكرتين بعد التصادم وكذلك طاقة الحركة المفقودة خلال التصادم0

مع أطيب التمنيات بالنجاح **أنظر ورقة إختبار المعادلات التفاضلية**

إجابة اختبار مادة استاتيكا ومتجهات + ديناميكا للفرقة الثانية تربية عام - كلية التربية شعبة فيزياء العام الدراسي 2016/2015 الفصل الدراسي الثاني تاريخ الاختبار السبت الموافق 2016/5/21 ثلثي ورقة إمتحانية كاملة

أستاذ المادة د/ مجدي مصطفى حسين كلية العلوم قسم الرياضيات – جامعة بنها

أولا : الاستاتيكا والمتجهات

-1 بفرض أن الزاوية بين المتجهين تساوي θ

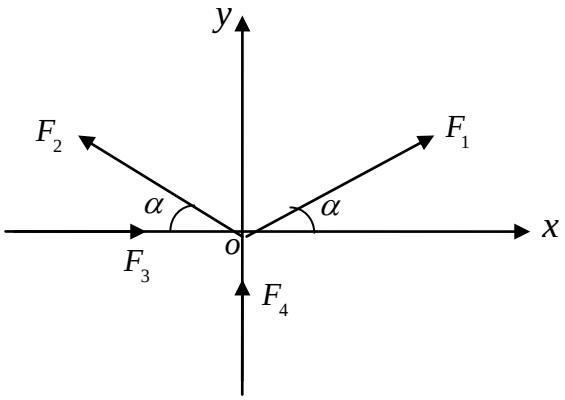
$$\therefore \underline{A}\cdot\underline{B} = AB\cos\theta \qquad (1)$$

$$\underline{A}\wedge\underline{B} = AB\sin\theta\,\underline{n} \quad \Rightarrow \quad \therefore \left|\underline{A}\wedge\underline{B}\right| = AB\sin\theta \qquad (2)$$

من (1),(2) بالتربيع والجمع ينتج أن

$$(\underline{A}\cdot\underline{B})^2 + \left|\underline{A}\wedge\underline{B}\right|^2 = A^2B^2(\cos^2\theta+\sin^2\theta) = A^2B^2 \quad \Rightarrow \quad \underline{A}\wedge\underline{B} = AB\sin\theta\,\underline{n}$$

-2



بتطبيق شروط اتزان القوى الملتقية في نقطة

$$R_x = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore 260\cos\alpha - 520\cos\alpha + F_3 = 0$$

$$\therefore 260\left(\frac{12}{13}\right) - 520\left(\frac{12}{13}\right) + F_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore F_3 = 240\ N$$

$$R_y = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore 260\sin\alpha + 520\sin\alpha + F_4 = 0$$

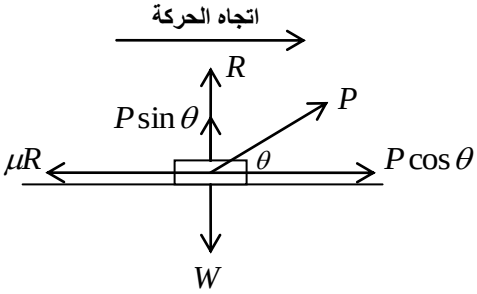
$$\therefore 260\left(\frac{5}{13}\right) + 520\left(\frac{5}{13}\right) + F_4 = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore F_4 = -300\ N$$

-3 الجسم على وشك الحركة إذن $F = \mu R$

الجسم متزن تحت تأثير القوى الآتية

1- القوة المائلة P 2- قوة الاحتكاك النهائي $R/2$

3- وزن الجسم $5\ kg.wt$ رأسياً إلى أسفل 4- رد الفعل العمودي R



بالتحليل أفقياً ورأسياً نجد أن

$$P\cos\theta = \mu R \quad \Rightarrow \quad \therefore 3P/5 = R/2 \qquad (1)$$

$$R + P\sin\theta = W \quad \Rightarrow \quad \therefore R + (4P/5) = 5 \qquad (2)$$

من (1) نجد أن $R = 6P/5$ وبالتعويض في (2) نحصل على

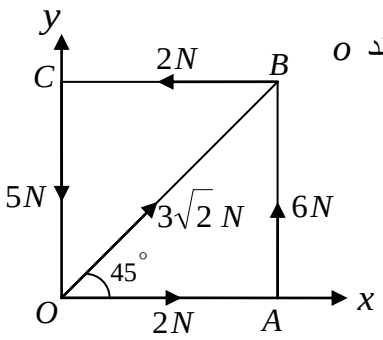
$$\frac{6}{5}P + \frac{4}{5}P = 5 \quad \Rightarrow \quad \therefore P = 5/2\ kg.wt \quad \Rightarrow \quad \therefore R = \frac{6}{5}\left(\frac{5}{2}\right) = 3\ kg.wt$$

$$R_r = R\sqrt{1+\mu^2} \quad \Rightarrow \quad R_r = 3\sqrt{1+(1/2)^2} = 3\sqrt{5}/2\ kg.wt$$

$$\mu = \tan\lambda \quad \Rightarrow \quad \therefore \tan\lambda = 1/2$$

$\therefore$ رد الفعل المحصل يساوي $3\sqrt{5}/2\ kg.wt$ ويميل على رد العمودي بزاوية $0\tan^{-1}(1/2)$

-4 باختزال مجموعة القوى إلى قوة محصلة مركباتها (R_x, R_y) وازدواج عزمه M_o وذلك عند o



$$R_x = 2 + 3\sqrt{2}\cos 45^\circ - 2 = (3\sqrt{2})\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 3\ N$$

$$R_y = 6 + 3\sqrt{2}\sin 45^\circ - 5 = 1 + (3\sqrt{2})\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 4\ N$$

$$M_o = (6)(1) + 2(1) = 8\ Nm$$

إذن المحصلة تكافئ قوة مقدارها

$$R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5\ N$$

وتصنع زاوية θ مع OA مقدارها

$$\theta=\tan^{-1}\frac{R_y}{R_x}=\tan^{-1}\frac{4}{3}=53.13^\circ$$

ومعادلة خط عمل المحصلة بالنسبة للمحورين OA,OC هي

$$M_\circ-xR_y+yR_x=0 \quad\Rightarrow\quad \therefore 8-4x+3y=0 \quad\Rightarrow\quad 4x-3y-8=0$$

ثانيا : ديناميكا

إجابة السؤال الأول :

$$f=12t+8 \qquad (1)$$

بفصل المتغيرات وإجراء عملية التكامل نجد أن

$$\int dv=\int(12t+8)dt \quad\Rightarrow\quad \therefore v=6t^2+8t+c_1$$

عندما $t=0$, $v=10\ m/\sec$ نجد أن $c_1=10$

$$\therefore v=6t^2+8t+10 \qquad (2)$$

بفصل المتغيرات وإجراء عملية التكامل نجد أن $x=2t^3+4t^2+10t+c_2$ عندما $t=0$, $x=28$ نجد أن $c_2=28$

$$\therefore x=2t^3+4t^2+10t+28 \qquad (3)$$

بوضع $t=5\sec$ في المعادلتين (2),(3) نحصل على

$$v=200\ m/\sec \quad , \quad x=428\ m$$

بوضع $v=50\ m/\sec$ في المعادلة (2) نجد أن

$$50=6t^2+8t+10 \quad\Rightarrow\quad \therefore t=2\sec\ ,\ t=-10/3\sec$$

والحل الثاني $t=-10/3\sec$ مرفوض 0 بالتعويض عن $t=2\sec$ في المعادلتين (2),(1) نجد أن

$$f=32\ m/\sec^2 \quad , \quad x=80\ m$$

إجابة السؤال الثاني :

عجلة الجسيم عند أي لحظة تتعين من العلاقة $\ddot{x}=f=\frac{1}{2}\frac{dv^2}{dx}=-2x+2=-2(x-1)$ وهي تمثل معادلة حركة توافقية بسيطة مركزها $x=1$ وسرعتها الزاوية $\omega=\sqrt{2}$ وزمنها الدوري $\tau=2\pi/\omega=\sqrt{2}\,\pi$ 0 لإيجاد سعة الذبذبة نعين النقط التي تتلاشى عندها السرعة أي أن

$$\therefore x^2-2x-3=(x+1)(x-3)=0 \quad\Rightarrow\quad \therefore x_1=-1 \quad , \quad x_2=3$$

$$\therefore 2a=x_2-x_1=3-(-1)=4 \quad m$$

∴ سعة الحركة تساوي $2m$ 0 أكبر قيمة للعجلة تساوي

$\because f_{max} = \omega^2 a \Rightarrow \therefore f_{max} = (\sqrt{2})^2 \times 2 = 4m/\sec^2$

إجابة السؤال الثالث :

$$\dot{r} = \lambda r \quad ، \quad r\dot{\theta} = \mu\theta$$

بالقسمة نجد أن

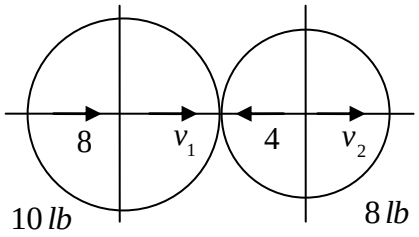
$$r\frac{d\theta}{dr} = \frac{\mu}{\lambda}\cdot\frac{\theta}{r} \quad \Rightarrow \quad \therefore \frac{\mu}{\lambda}\frac{dr}{r^2} = \frac{d\theta}{\theta} \quad \Rightarrow \quad -\frac{\mu}{\lambda r} = \ln\theta + c$$

حيث c ثابت التكامل 0 المعادلة السابقة هي معادلة المسار 0 نوجد الآن العجلة

$$f_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = \lambda^2 r - \frac{\mu^2\theta^2}{r}$$

$$f_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = \frac{\mu^2\theta}{r} + \lambda r\frac{\mu\theta}{r} = \mu\theta(\lambda + \frac{\mu}{r})$$

إجابة السؤال الرابع :



نفرض أن سـرعة كل من الكـرتين بعد التصادم هما v_1, v_2 في الاتجـاه

المبين بالرسم 0 من مبدأ ثبوت كميةالحركة نجد أن

$$10\times 8 + 8\times(-4) = 10v_1 + 8v_2 \qquad (1)$$

ومن قانون نيوتن التجريبي نجد أن

$$v_2 - v_1 = -\frac{1}{3}(-4-8) = 4 \qquad (2)$$

من المعادلة (1),(2) نجد أن $v_2 = 44/9\ ft/\sec$ ، $v_1 = 8/9\ ft/\sec$

ولإيجاد الطاقة المفقودة نتيجة للتصادم يمكن استخدام القانون مباشرة ويمكن إتباع الآتي :

نحسب طاقة الحركة قبل التصادم E_1 وطاقة الحركة بعد التصادم E_2 نجد أن

$$E_1 = \frac{1}{2}\times 10\times(8)^2 + \frac{1}{2}\times 8\times(-4)^2 = 384\ lb.ft$$

$$E_2 = \frac{1}{2}\times 10\times(\frac{8}{9})^2 + \frac{1}{2}\times 8\times(\frac{44}{9})^2 = \frac{896}{9}\ lb.ft$$

$\therefore$ طاقة الحركة المفقودة = طاقة الحركة قبل التصادم – طاقة الحركة بعد التصادم

$$\therefore E = E_1 - E_2 = 384 - \frac{896}{9} \approx 284.4\ lb.ft$$