جامعة بنها – كلية التربية – الفصل الدراسي الثاني للعام 2016/2015
امتحان الفرقة الثانيه تربية عام – شعبة رياضيات
المادة / نظرية الإحتمالات **الزمن / ساعتان للورقة الإمتحانية الكاملة**

(الدرجات موزعة بالتساوي)

السؤال الأول

(أ) إذا كانت A , B حادثتان مستقلتان أثبت أن $\overline{A}, B$ هما أيضا مستقلتان 0

(ب) ثلاثة من الباحثين يقوم كل منهم على حده بدراسة مشكلة معينه في الصناعة بغرض الوصول إلى حل لها وكان معلوما أن إحتمال أن يتوصل الباحث الأول إلى حل هو $2/3$ وإحتمال أن يتوصل الباحث الثاني إلى حل هو $3/4$ وإحتمال أن يتوصل الباحث الثالث إلى حل هو $4/5$ 0 إحسب إحتمال :

(1) التوصل إلى حل 0 (2) توصل باحث واحد فقط للحل 0

السؤال الثاني

متغير عشوائي X له دالة الكثافة : $x \geq 0 \quad , \quad f(x) = c\, e^{-x}$

(1) أوجد قيمة الثابت c (2) أوجد التوقع الرياضي والتباين

(3) أوجد دالة التوزيع التراكمية لذلك المتغير (4) قيمة الإحتمال $P[X \leq 1/2]$

مع أطيب التمنيات بالنجاح

إجابة اختبار مادة نظرية الإحتمالات للفرقة الثانية تربية عام - كلية التربية شعبة رياضيات العام الدراسي 2016/2015 الفصل الدراسي الثاني تاريخ الاختبار السبت الموافق 2016/5/21 نصف ورقة إمتحانية

أستاذ المادة د / السيد حامد على - كلية العلوم قسم الرياضيات – جامعة بنها

إجابة السؤال الأول :

(أ) بما أن الحادثتان A, B مستقلتان ومن شكل فن نجد أن

$$\because B = (\overline{A} \cap B) \cup (A \cap B) \quad \Rightarrow \quad \therefore P(B) = P\left[(\overline{A} \cap B) \cup (A \cap B)\right]$$

$$\therefore P(B) = P\left[(\overline{A} \cap B)\right] + P\left[(A \cap B)\right]$$

$$P(\overline{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = P(B) - P(A)P(B) = P(B)\left[1 - P(A)\right]$$

$$= P(\overline{A})P(B)$$

ومن ثم فإن $\overline{A}, B$ حادثتان مستقلتان 0

(ب) نفرض أن

$A =$ { توصل الباحث الأول إلى حل } $B =$ { توصل الباحث الثاني إلى حل }

$C =$ { توصل الباحث الثالث إلى حل }

$$P[A] = 2/3 \qquad , \qquad P[B] = 3/4 \qquad , \qquad P[C] = 4/5$$

1) $P[A \cup B \cup C] = 1 - P[\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}] = 1 - P[\overline{A}]P[\overline{B}]P[\overline{C}] = 1 - \frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5} = \frac{59}{60}$

2) $P\left[(A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap B \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap \overline{B} \cap C)\right]$

$$= P(A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) + P(\overline{A} \cap B \cap \overline{C}) + P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap C)$$

$$= P(A)\, P(\overline{B})\, P(\overline{C}) + P(\overline{A})\, P(B)\, P(\overline{C}) + P(\overline{A})\, P(\overline{B})\, P(C) = 9/60$$

إجابة السؤال الثاني :

1) $\int_0^\infty c\, f(x)\, dx = 1 \quad \Rightarrow \quad \therefore \int_0^\infty c\, e^{-x}\, dx = \left[-c\, e^{-x}\right]_0^\infty = 1 \quad \Rightarrow \quad \therefore c = 1$

2) $E(X) = \int_0^\infty x\, f(x)\, dx = \int_0^\infty x\, e^{-x}\, dx = -xe^{-x} + \int_0^\infty e^{-x}\, dx = \left[-e^{-x}\right]_0^\infty = 1$

$$E(X^2) = \int_0^\infty x^2\, f(x)\, dx = \int_0^\infty x^2\, e^{-x}\, dx = -x^2 e^{-x} + 2\int_0^\infty x\, e^{-x}\, dx = 2E(X) = 2$$

$$V[X] = E(X^2) - \{E[X]\}^2 = 1$$

3) $F(x) = 0 \qquad , \qquad x < 0$

$$= 1 - e^{-x} \qquad , \qquad x \geq 0$$

4) $P\left(X \leq \frac{1}{2}\right) = \int_0^{1/2} f(x)\, dx = \int_0^{1/2} e^{-x}\, dx = \left[-e^{-x}\right]_0^{1/2} = 1 - e^{-1/2}$