جامعة بنها
كلية التربية

الفرقة الثانية(ك-ف-ب)- . الفصل الدراسي الثاني
تحليل رياضي(تخلف من أولي) - العام الجامعي ٢٠١٣ /٢٠١٤

--------------------الإجا---------------ة----ورقة كاملة--------------------

أجب عن الأسئلة الآتية:

السؤال الأول:

أ- - أوجد النهايات التالية

$$1)\quad \lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{\tan 5x} \quad ، \quad 2)\quad \lim_{x\to 0}\frac{x^4-16}{x^3-8}$$

ب- أوجد مشتقة الدالة $f(x)=(4x^2+5x)^n$ في الحالتين الآتيتين :

$$(i)\ n=-1 \qquad (ii)\ n=\frac{1}{2}$$

الحــــــــــــــــل:

$$1)\quad \lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{\tan 5x}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}\cdot\frac{x}{\tan 5x}$$

$$=\frac{3\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{3x}}{5\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan 5x}{5x}}=\frac{3}{5}$$

$$2)\ \lim_{x\to 0}\frac{x^4-16}{x^3-8}=\lim_{x\to 0}\frac{x^4-2^4}{x^3-2^3}=\frac{4}{3}(2)=\frac{8}{3}$$

ب- الحـــل :

هي من الحالات الخاصة المذكورة وعلى هذا الأساس وباستخدام قاعدة n يلاحظ أن هذه القيم للأس التسلسل نجد أن

$$(i)\ f(x)=\frac{1}{4x^2+5x}\Rightarrow\therefore\ f'(x)=-\frac{8x+5}{(4x^2+5x)}$$

$$(ii)\ f(x)=\sqrt{4x^2+5x}\Rightarrow\therefore\ f'(x)=-\frac{8x+5}{2\sqrt{4x^2+5x}}$$

السؤال الثاني:

أ- عين فترات التزايد والتناقص للدالة

$$y = x^3 - x^2 - 8x + 2$$

ب- أختبر الدالة الآتية من حيث النهايات العظمى والصغرى

$$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 4$$

الحـــــــــــل:

أ- نوجد مشتقة الدالة المعطاة ونعين قيم x التي تكون عندها المشتقة موجبة أو سالبة :

$$y' = 3x^2 - 2x - 8 = (3x+4)(x-2)$$

نجد أن الدالة تكون تزايدية عندما $y' > 0$ أي عندما

$$(3x+4)(x-2) > 0$$

$\therefore$ الدالة تكون تزايدية لجميع قيم x التي تحقق المتباينات

$$(3x+4) > 0 \quad , \quad (x-2) > 0$$

أو المتباينات

$$(3x+4) < 0 \quad , \quad (x-2) < 0$$

أي أن x تحقق المتباينات

$$x > -4/3 \quad , \quad x > 2$$

أو المتباينات

$$x < -4/3 \quad , \quad x < 2$$

وبحل كل متباينتين معا نجد أن الدالة المعطاة تكون تزايدية لجميع قيم x التي تحقق المتباينات

$x < -4/3$ أو $x > 2$

أي أن الدالة تزايدية في الفترتين

$$(-\infty, -4/3)\ ,\ (2, \infty)$$

وبالتالي تكون الدالة تناقصية في الفترة $(-4/3, 2)$

ب-

$$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 6$$

$y/=6x^2-6x-12=0$

$x^2-x-2=0$

(x-2)(x+1)=0

النقاط الحرجة عند

x=-1 , x=2

- نختبر النقط الحرجة

أولاً : عندما $x_1=-1$ نجد أن

$$for \quad x<-1: \qquad y'=>0$$
$$for \quad x>-1: \qquad y'=<0$$

وعلى هذا عند المرور بالقيمة $x_1=-1$ تتغير إشارة المشتقة من موجب إلى سالب و هذا يعني أن الدالة لها قيمة عظمى عند النقطة $x_1=-1$.

بنفس الطريقة عند النقطة الحرجة $x_2=2$ نجد أن

$$for \quad x<2: \qquad y'=<0$$ --
$$for \quad x>2: \qquad y'=>0$$

تتغير إشارة المشتقة من موجب إلى سالب وعلى $x_2=2$ أي أنه عند المرور بالنقطة

ذلك يكون للدالة قيمة صغرى عند هذه النقطة

السؤال الثالث:

احسب التكاملات الآتية:

$$\int (x+1)(x-2)dx \ , \int \frac{x^3-2x+3}{x^3}dx \ , \int \frac{dx}{1+e^{-x}}dx \ , \int \tan x\,dx$$

الحـــــــــــــــل:

$$\int (x+1)(x-2)dx = \int (x^2-x-2)dx$$
$$= \int x^2dx - \int x\,dx - 2\int dx = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + c$$

$$\int \frac{x^3 - 2x + 3}{x^3}\,dx = \int (1 - 2x^{-2} + 3x^{-3})\,dx$$

$$= x + \frac{2}{x} - \frac{3}{2x^2} + c$$

نجد أن e^{-x} بضرب كل من البسط والمقام في

$$\int \frac{e^{-x}dx}{1+e^{-x}}\,dx = -\ln(1+e^{-x}) + c$$

$$\int \tan x\,dx = \int \frac{\sin x}{\cos x}\,dx = -\ln|\cos x| + c$$

مع أطيب التمنيات

د/أحمد عبدالخالق محمدعبدالله

كلية العلوم- قسم الرياضيات

ت/٠١١٥٧٦٧٣٩٨٢