جامعة بنها
كلية التربية

الفرقة الأولي (شعبة الكيمياء)- . الفصل الدراسي الثاني
تفاضل وتكامل - العام الجامعي ٢٠١٣ /٢٠١٤

الإجابـــــــــــة ١٧-٦-٢٠١٤

السؤال الأول:

أ- أوجد النهايات التالية

$$1)\quad \lim_{x\to 0} \frac{\tan 3x}{5x} \quad , \quad 2)\quad \lim_{x\to 0} \frac{x^4-16}{x^3-8}$$

ب- أوجد مشتقة الدالة $f(x)=(4x^2+5x)^n$ في الحالتين الآتيتين :

$$(i)\ n=5 \qquad (ii)\ n=\frac{1}{2}$$

إجابة السؤال الأول أ:

$$1)\quad \lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{5x} = \frac{3}{5}\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{3x} = \frac{3}{5}$$

$$2)\quad \lim_{x\to 0} \frac{x^4-16}{x^3-8} = \frac{-16}{-8} = 2$$

ب:

$$i)\quad f(x)=(4x^2+5x)^5$$

$$f^{/}(x)=5(4x^2+5x)^4\,(8x+5)$$

$$ii)\quad f(x)=(4x^2+5x)^{1/2}$$

$$f^{/}(x)=\frac{1}{2}(4x^2+5x)^{-1/2}\,(8x+5).$$

السؤال الثاني:

أ- عين فترات التزايد و التناقص للدالة

$$y=x^3-3x^2+5$$

ب- أختبر الدالة الآتية من حيث النهايات العظمى و الصغرى

$$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 4$$

إجابة السؤال الثاني أ:

نوجد مشتقة الدالة المعطاة ونعين قيم x التي تكون عندها المشتقة موجبة أو سالبة :

$$y^{/} = 12x^2 - 6x$$

نجد أن الدالة تكون تزايدية عندما $y' > 0$ أي عندما

$$> 0 \quad 6x(2x-1)$$

$\therefore$ الدالة تكون تزايدية لجميع قيم x التي تحقق المتباينات

$$x > o\ ,\ \ x > 1/2\ \ or$$

$$x < o\ ,\ \ x < 1/2$$

أي أن الدالة تزايدية في الفترات

$$(1/2, \infty)\quad , (-\infty, 0)$$

وبالتالي تكون الدالة تناقصية في الفترة $(0, 1/2)$

ب:

١- نوجد المشتقة الأولى

$$y' = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x+1)(x-2)$$

٢- نوجد جميع الجذور الحقيقة للمعادلة $y' = 0$ ونجد أنها

$$x_1 = -1 \qquad , \qquad x_2 = 2$$

٣- نختبر النقط الحرجة

أولاً : عندما $x_1 = -1$ نجد أن

$$for \quad x < -1: \qquad y' = + > 0$$

$$for \quad x > -1: \qquad y' = (-) < 0$$

وعلى هذا عند المرور بالقيمة $x_1 = -1$ تتغير إشارة المشتقة من موجب إلى سا لب

وهذا يعني أن الدالة لها قيمة عظمى عند النقطة $x_1 = -1$.

بنفس الطريقة عند النقطة الحرجة $x_2 = 2$ نجد أن

$$for \quad x < 2: \qquad y' = (-) < 0 \quad --$$

$$for \quad x > 2: \qquad y' = (+) > 0$$

أي أنه عند المرور بالنقطة $x_2 = 2$ تتغير إشارة المشتقة من موجب إلى سالب وعلى ذلك يكون للدالة قيمة صغرى عند هذه النقطة .

السؤال الثالث:

أ- باستخدام قاعدة لوبيتال إحسب النهايات التالية:

$$i)\ \lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x} \quad , \quad ii)\ \lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$$

ب- أوجد معادلة المماس للمنحني $y=x^2-2x+3$ عند النقطة $P(-1,6)$.

إجابة السؤال الثالث: أ

$$i)\ \lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x} = \frac{0}{0} \quad ,$$

$$i.e\ \lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x} = \lim_{x\to 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos x} = \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} = \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{2}{1} = 2. \quad ,$$

$$ii)\ \lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = \frac{0}{0}$$

$$i.e\ \lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = i)\ \lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{1+x}}{1} = 1 \quad .$$

ب:

$y' = 2x - 2 \quad y'_{x=-1} = -4$

i.e $(y-6)/(x+1) = -4$

$(y-6) = -4(x+1)$.

السؤال الرابع:

احسب التكاملات الآتية:

$$\int (x+1)(x-2)dx \ , \int x^3 \sin x^4\, dx \ , \int \frac{\ln x}{x} dx \ , \int \tan x\, dx$$

إجابة السؤال الرابع:

$$\int (x+1)(x-2)dx = \int (x^2 - x - 2)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + c,$$

$$\int \begin{cases} \int x^3 \sin x^4 \, dx = \frac{1}{4}\int 4x^3 \sin x^4 \, dx = -\frac{1}{4}\cos x^4 + c., \\ \int \frac{\ln x dx}{x} = (\ln x)^2 / 2 + c. \end{cases}$$

$$, \int \tan x \, dx = \int \frac{\sin x \, dx}{\cos x} = \ln|\cos x| + c.$$

مع أطيب التمنيات

د/أحمد عبدالخالق محمد

كلية العلوم – قسم الرياضيات