

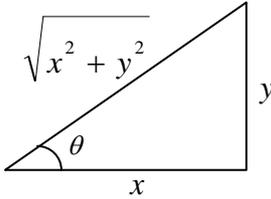


الأجابه النموذجيه :

(1) باستخدام العلاقات التي تعطي (r, θ) بدلالة (x, y) و هي

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x}$$

ومن مثلث الزاوية θ نجد أن



$$\sin \theta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

أي أن معادلة المنحنى تصبح

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 2 \left(1 + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 2\sqrt{x^2 + y^2} + 2y$$

بالتربيع نحصل على

$$\therefore (x^2 + y^2 - 2y)^2 = 4(x^2 + y^2)$$

(2)

ميل المستقيم المعلوم هو $2/3$ وبالتالي يكون ميل المستقيم المطلوب هو $2/3$ ويمر بالنقطة $(1,5)$ ونحصل على معادلته بالتعويض في المعادلة (2) أي أن

$$\frac{y-5}{x-1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \therefore 3y - 2x - 13 = 0$$

(3)

بتفاضل معادلة الدائرة بالنسبة للمتغير x نحصل على

$$2x + 2y \frac{dy}{dx} + 8 - 10 \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{(4+x)}{(-5+y)} \Rightarrow \therefore \frac{dy}{dx} \Big|_{(-2,1)} = \frac{1}{2}$$

∴ معادلة المماس هي

$$\frac{y-1}{x+2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \therefore x - 2y + 4 = 0$$

ميل العمودي على المماس يساوي -2 وبالتالي تكون معادلة العمودي عليه على الصورة

$$\frac{y-1}{x+2} = -2 \Rightarrow \therefore 2x + y + 3 = 0$$

(4)

بكتابة معادلة القطع في الصورة القياسية (بالقسمة على 100) نحصل على

$$\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{10} = 1$$

ولذلك

$$a^2 = 20 \Rightarrow \therefore a = 2\sqrt{5} \quad , \quad b^2 = 10 \Rightarrow \therefore b = \sqrt{10}$$

$$e = 1/\sqrt{2} \quad \text{ومن العلاقة} \quad b^2 = a^2(1 - e^2) \quad \text{نحصل على}$$

إذن البؤرتان هما

$$(\pm ae, 0) = (\pm \sqrt{10}, 0)$$

ومعادلتا الدليلين هما

$$x = \pm \frac{a}{e} = \pm 2\sqrt{10}$$

وطول المحور الأصغر للقطع الناقص هو

$$2b = 2\sqrt{10}$$