

جامعة بنها- كلية التربية

الفرقة الثالثة والرابعة تخلف من الفرقة الثانية - شعبة طبيعة و الكيمياء-

الفصل الدراسي الثاني 2013م

تاريخ الامتحان: 2012/5/11 السبت

نموذج اجابة

المادة: رياضة بحتة ورقة امتحانية

أسم استاذ المادة: الدكتور/ رضا جمال عبد الرحمن خالد

اجابة الاسئلة

السؤال الاول-(اولا) قيمة المحدد تعطى بالصورة الاتية

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix} = -26 + 18 + 11 = 3$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ (ثانياً) : بما ان}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 13 & -7 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ اذن}$$

$$\text{كذلك معكوس المصفوفة } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 5 & 1 \end{pmatrix} \text{ يعطى من العلاقة}$$

$$A^{-1} = \frac{\text{adj } A}{\det A} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 13 & -1 & -1 \\ -15 & 1 & 3 \\ 10 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

السؤال الثاني: أولاً: لايجاد معادلة المماس ومعادلة العمودي للمنحنى $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$

عند النقطة $(-4,5)$ نتبع الاتي

$$y'|_{x=-4} = -2 \quad \text{اذا} \quad y' = \frac{1}{2}x$$

اى ان ميل المماس يساوي -2 وميل العمودي عليه يساوي $-\frac{1}{2}$

اى ان معادلة المماس تعطى بالصورة $2x + y + 3 = 0$

والعمودي بالصورة $x - 2y + 4 = 0$

ثانياً: - لايجاد نقط الرجوع للمنحنى $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$ نتبع الاتي

$$y' = 6x^2 - 18x + 12$$

$$6x^2 - 18x + 12 = 0 \quad \text{نضع}$$

نحصل على

$$x = 1 \quad \text{or} \quad x = 2$$

نوجد المشتقة الثانية لمعرفة نقط النهاية العظمى والصغرى

$$y'' = 12x - 18$$

نعوض بالنقط في المعادلة السابقة نحصل على

$$y''|_{x=1} = 12 - 18 < 0$$

اى ان $x=1$ نقطة نهاية عظمى

$$y''|_{x=2} = 24 - 18 > 0$$

اى ان $x=2$ نقطة نهاية صغرى

$$y'' = 12x - 18 = 0 \quad \text{لمعرفة نقط الانقلاب}$$

اى ان $x = \frac{3}{2}$ هي نقطة انقلاب

السؤال الثالث: أولاً: اوجد المشتقة الثالثة للدالة $y = e^{ax} x^2$

$$u = ae^{ax}, \quad v = x^2 \quad \text{بفرض ان}$$

$$u^1 = ae^{ax}, \quad v^1 = 2x \quad \text{اذا}$$

$$u^2 = a^2 e^{ax}, \quad v^2 = 2$$

$$u^3 = a^3 e^{ax}, \quad v^3 = 0$$

$$(u \cdot v)^3 = a^3 e^{ax} x^2 + 3xa^2 e^{ax} + 6ae^{ax}$$

$$(e^{ax} x^2)''' = a^3 e^{ax} x^2 + 3xa^2 e^{ax} + 6ae^{ax}$$

ثانياً: لحساب التكامل $\int \frac{1}{x^3 - 2x^2 + x} dx$ بمان

$$\frac{1}{x^3 - 2x^2 + x} = \frac{\alpha}{x} + \frac{\beta}{x-1} + \frac{\gamma}{(x-1)^2}$$

بتوحيد المقامات في الطرف الايمن وبمساوات معاملات x في الطرفين بالنسبة الى البسط

$$\alpha = 1, \beta = -1, \gamma = 1 \quad \text{نحصل على}$$

$$\therefore \frac{1}{x^3 - 2x^2 + x} = \frac{1}{x} + \frac{-1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$\therefore \int \frac{1}{x^3 - 2x^2 + x} dx = \int \left(\frac{1}{x} + \frac{-1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} \right) dx$$

$$= \ln x - \ln(x-1) - \frac{1}{(x-1)} + c$$

السؤال الرابع (أولاً): لاثبات صحة العلاقة الاتية

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

نتبع الاتي

1- نختبر صحة العلاقة عند $n = 1$

$$l.h.s. = 1^2 = 1$$

$$R.h.s. = \frac{2.3.1}{6} = 1$$

إذا الطرفان متساويان

2- نفرض صحة العلاقة عندما $n = k$ أي ان

$$1^2 + 2^2 + \dots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

3- نختبر صحة العلاقة عند $n = k + 1$

$$1^2 + 2^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2$$

$$\frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{6} = R.h.s$$

أي ان العلاقة صحيحة لأي n

(ثانياً) - نحسب اولا محدد مصفوفة المعاملات

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix} = 33$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 8 & -1 \end{vmatrix} = 33 \quad \text{و} \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 8 & 7 & -1 \end{vmatrix} = 33$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & 8 \end{vmatrix} = 33$$

وبالتالي يكون الحل $x = 1, y = 1, z = 1$

السؤال الخامس:

$$\frac{2x+3}{(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2}$$

بتوحيد المقامات في الطرف الايمن

$$2x + 3 = a(x+2)+b(x+1)$$

وبمساوات معاملات x في الطرفين بالنسبة الى البسط نحصل على

$$a = 1, b = 1,$$

اي ان

$$\frac{2x + 3}{(x + 1)(x + 2)}$$

$$= \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}$$

.....

انتهت الاجابة