جامعة بنها- كلية التربية

الفرقة الثالثة عام تخلف من الفرقة الثانية - شعبة الرياضيات- الفصل الدراسي الثاني 2013م لائحة قديمة

تاريخ الامتحان:14/5/2013 الثلاثاء

نموذج اجابة

المادة: بحتة : تفاضل عالي وتكامل ورقة امتحانية

أسم استاذ المادة: الدكتور/ رضا جمال عبد الرحمن خالد

أجابة الاسئلة

اجابة السؤال الاول

1- النهايات هي

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}\times\frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}+1}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{x(\sqrt{x+1}+1)}=2$$

$$\lim_{x\to -3}\frac{x^2+x-6}{x+3}=\lim_{x\to -3}(x-2)=-5$$

2- لايجاد معادلة المماس ومعادلة العمودي للمنحنى $y=\frac{1}{4}x^2+1$

عند النقطة $(-4,5)$ نتبع الاتي

$$y'=\frac{1}{2}x \quad \text{اذا} \qquad y'\big|_{x=-4}=-2$$

اى ان ميل المماس يساوي -2 وميل العمودي علية يساوي $-\frac{1}{2}$

اى ان معادلة المماس تعطى بالصورة $2x+y+3=0$

والعمودي بالصورة $x-2y+4=0$

3-: - لايجاد نقط الرجوع للمنحنى $y=2x^3-9x^2+12x-3$ نتبع الاتي

$$y' = 6x^2 - 18x + 12$$

نضع $6x^2 - 18x + 12 = 0$

نحصل على $x = 1 \quad or \quad x = 2$

نوجد المشتقة الثانية لمعرفة نقط النهاية العظمى والصغرى

$$y'' = 12x - 18$$

نعوض بالنقط في المعادلة السابقة نحصل على

$$y''\big|_{x=1} = 12 - 18 < 0$$

اى ان x=1 نقطة نهاية عظمى

$$y''\big|_{x=2} = 24 - 18 > 0$$

اى ان x= 2 نقطة نهاية صغرى

لمعرفة نقط الانقلاب $y'' = 12x - 18 = 0$

اى ان $x = \frac{3}{2}$ هي نقطة انقلاب

اجابة السؤال الثاني

1- اوجد المشتقة الثالثة للدالة $y = e^{a\,x}\ x^2$

بفرض ان $u = ae^{ax}, \quad v = x^2$

اذا $u^1 = ae^{ax}, \quad v^1 = 2x$

$$u^2 = a^2 e^{ax}, \quad v^2 = 2$$

$$u^3 = a^3 e^{ax}, \quad v^3 =$$

$$(u.v)^3 = a^3 e^{ax} x^2 + 3xa^2 e^{ax} + 6ae^{ax}$$

$$(e^{ax} x^2)''' = a^3 e^{ax} x^2 + 3xa^2 e^{ax} + 6ae^{ax}$$

2- لحساب التكامل $\int \frac{1}{x^3 - 2x^2 + x}\, d\,x$ بمان

$$\frac{1}{x^3-2x^2+x}=\frac{\alpha}{x}+\frac{\beta}{x-1}+\frac{\gamma}{(x-1)^2}$$

بتوحيد المقامات في الطرف الايمن وبمساوات معاملات x في الطرفين بالنسبة الى البسط نحصل على $\alpha=1,\beta=-1,\gamma=1$

$$\therefore \frac{1}{x^3-2x^2+x}=\frac{1}{x}+\frac{-1}{x-1}+\frac{1}{(x-1)^2}$$

$$\therefore \int\frac{1}{x^3-2x^2+x}dx=\int\left(\frac{1}{x}+\frac{-1}{x-1}+\frac{1}{(x-1)^2}\right)dx$$

$$=\ln x-\ln(x-1)-\frac{1}{(x-1)}+c$$

اجابة السؤال الثالث

1- لحساب $\int \sin^{-1} d\,x$ ناخذ

$$u=\sin^{-1},\quad dv=dx$$

$$du=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx,\quad v=x$$

وحيث ان $\int udv=uv-\int vdu$

اذا

$$\int \sin^{-1} d\,x=\sin^{-1}x.x-\int\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}dx=x\sin^{-1}x-\sqrt{1-x^2}+c$$

2-- لحساب التكامل $\int\frac{x^2+x+2}{(x-1)(x2-x+1)}\,d\,x$ نجد ان باستخدام الكسور الجزئية ان

$$\int\frac{x^2+x+2}{(x-1)(x2-x+1)}\,d\,x=\int\left(\frac{4}{x-1}+\frac{-3x+2}{(x2-x+1)}\right)dx$$

$$=4\ln(x-1)-\int\frac{-3x+2}{(x^2-x+1)}dx$$

اجابة السؤال الرابع

1- احسب التكامل $\int \frac{x^3}{(2+3x)^4}\, d\,x$

ناخذ التعويض $u=2+3x \Rightarrow du=3dx$

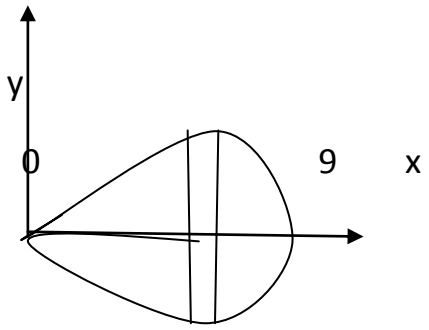
$$\int \frac{x^3}{(2+3x)^4}\, d\,x=\int \frac{(\frac{u-2}{3})^3}{3u^4}du$$

$$=\frac{1}{81}\left[\ln u+\frac{6}{u}\right]-\frac{12}{2u^2}+\frac{8}{2u^3}+c$$

$$=\frac{1}{81}\left[\ln(2+3x)+\frac{6}{2+3x}\right]-\frac{12}{2(2+3x)^2}+\frac{8}{2(2+3x)^3}+c$$

2- لايجاد مساحة طية المنحنى $9\,y^2=4\,x^2(9-x)$.

نتبع الاتي حيث



$$y^2=(4/9)\,x^2(9-x)\Rightarrow y=\pm(2/3)x\sqrt{9-x}$$

$$\Rightarrow y_1=(2/3)x\sqrt{9-x}$$

$$\Rightarrow y_2=(2/3)x\sqrt{9-x}$$

$$\Rightarrow y_1-y_2=(4/3)x\sqrt{9-x}$$

وحيث $y_1=y_2$ عند $x=0$ او $x=9$

$$.. \Rightarrow A = \int_0^9 (4/3) x\sqrt{9-x}\,dx$$

****

انتهت الاجابة

أسم استاذ المادة: الدكتور/ رضا جمال عبد الرحمن خالد

كلية العلوم قسم الرياضات