نموذج اجابة
الفرقة الثانية عام شعبة :كيمياء
المادة :تحليل اتجاهى

السؤال الاول:

1- أثبت أن

$$(\underline{A}\cdot\underline{B})^2 = A^2B^2 - |\underline{A}\wedge\underline{B}|^2$$

الحـــــل

بفرض أن الزاوية بين المتجهين تساوي θ

$$\therefore\ \underline{A}\cdot\underline{B} = A\,B\cos\theta \qquad (1)$$

$$\underline{A}\wedge\underline{B} = A\,B\sin\theta\ \underline{n}$$

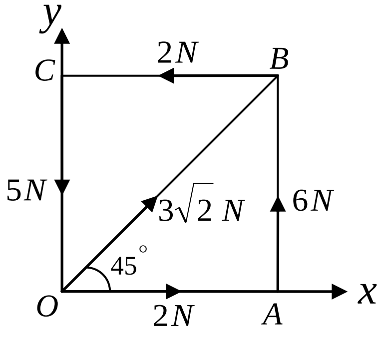
$$\therefore\ |\underline{A}\wedge\underline{B}| = A\,B\sin\theta \qquad (2)$$

من (1),(2) بالتربيع والجمع ينتج أن

$$(\underline{A}\cdot\underline{B})^2 + |\underline{A}\wedge\underline{B}|^2 = A^2B^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = A^2B^2$$

$$\therefore\ (\underline{A}\cdot\underline{B})^2 = A^2B^2 - |\underline{A}\cdot\underline{B}|^2$$

2- $OABC$ مربع طول ضلعه $1\,m$ أثرت قوى مقاديرها $2,6,2\ ,5,3\sqrt{2}$ نيوتن في الأضلاع OA, AB, BC, CO, OB على الترتيب وفي اتجاه ترتيب الحروف. أوجد مقدار المحصلة واتجاه المحصلة وأوجد معادلة خط عملها .



الحــل:

باختزال مجموعــة القوى إلى قوة محصلة مركبـــــاتها (R_x, R_y) وازدواج عزمه $M_\circ$ وذلك عند o

$$R_x = 2 + 3\sqrt{2}\cos 45^\circ - 2$$

$$= (3\sqrt{2})\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 3\ N$$

$$R_y = 6 + 3\sqrt{2}\sin 45^\circ - 5 = 1 + (3\sqrt{2})\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 4\ N$$

$$M_\circ = (6)(1) + 2(1) = 8\ Nm$$

إذن المحصلة تكافئ قوة مقدارها

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\ N$$

وتصنع زاوية θ مع OA مقدارها

$$\theta = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x} = \tan^{-1}\frac{4}{3} = 53.13^\circ$$

ومعادلة خط عمل المحصلة بالنسبة للمحورين OA, OC هي

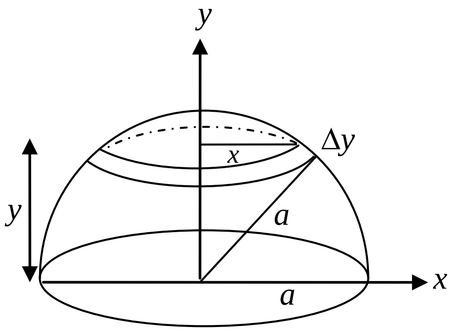
$$M_\circ - xR_y + yR_x = 0$$

$$\therefore \quad 8 - 4x + 3y = 0$$

$$i.e \;\; 4x - 3y + 8 = 0$$

<u>السؤال الثاني:</u>

1- اوجد مركز ثقل نصف كرة مصمتة إذا كان محورها محور y .



نقسم الكرة إلى عناصر على هيئة أقراص تنتج من رسم مستويات متوازية وموازية للقاعدة 0 نعتبر إحداهما وليكن القرص ذو السمك Δy ويبعد عن القاعدة مسافة y من القاعدة ونصف قطره x 0 إذن من العلاقات الهندسية نجد أن

$$x^2 + y^2 = a^2$$

وزن القرص

$$\delta w = \rho\pi x^2 \Delta y = \rho\pi (a^2 - y^2)\Delta y$$

ومركز ثقل هذا العنصر هو $(0, y)$ ولذلك يكون مركز ثقل نصف الكرة المصمتة $(\overline{x}, \overline{y}) = (0, \overline{y})$

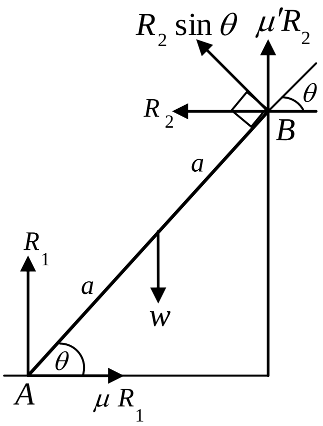
$$\therefore \overline{y} = \frac{\int_0^a \rho\pi(a^2 - y^2)\, y\, dy}{\int_0^a \rho\pi(a^2 - y^2)\, dy} = \frac{3}{8}a$$

أي أن مركز ثقل نصف الكرة المصمتة يقع على محورها ويقسمه بنسبة $3:5$ من جهة القاعدة المستوية 0

2- قضيب منتظم يرتكز بطرفه A على مستوى أفقي خشن وبطرفه B على حائط رأسي خشن بحيث أن المستوى الرأسي المار بالقضيب يكون عمودياً على الحائط . إذا كان القضيب على وشك الانزلاق فأثبت أن الزاوية θ التي يصنعها مع الأفقي تعطى بالعلاقة

$\tan\theta = (1-\mu\mu')/2\mu$ حيث μ معامل الاحتكاك بين القضيب والمستوى الأفقي ، μ' معامل الاحتكاك بين القضيب والحائط .

الحـــل:



بدراسة اتزان القضيب نجد أن

$$R_1 = w - \mu' R_2 \qquad (1)$$

$$R_2 = \mu R_1 \qquad (2)$$

من (1),(2) نجد أن

$$R_1 = w - \mu\mu' R_1$$

$$\therefore R_1 = w/(1+\mu\mu') \qquad (3)$$

$$\therefore R_2 = \mu w/(1+\mu\mu') \qquad (4)$$

بأخذ العزوم حول A نحصل على

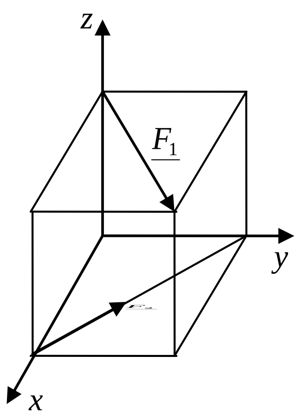
$$wa\cos\theta = 2aR_2\sin\theta + \mu' R_2 \cdot 2a\cos\theta$$

$$(w - 2\mu' R_2)\cos\theta = 2R_2\sin\theta$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{w-2\mu' R_2}{2R_2} = \frac{w - \dfrac{2\mu\mu' w}{(1+\mu\mu')}}{\dfrac{2\mu w}{(1+\mu\mu')}}$$

$$= \frac{1+\mu\mu' - 2\mu\mu'}{2\mu} = \frac{1-\mu\mu'}{2\mu}$$

السؤال الثالث:



تؤثر قوتان مقـــــدار كل منهما F في أقطـــــار أوجه مكعب طول ضلعه a وفي الاتجـــــــــاه المبين بالشكل. أوجد محصلتها البريمية

الحـــل:

هذه المجموعة هي القوى

$$\underline{F}_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}F(\underline{i}+\underline{j}) \quad , \quad \underline{r}_1 = a\underline{k}$$

$$\underline{F}_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}F(-\underline{i}+\underline{j}) \quad , \quad \underline{r}_2 = a\underline{i}$$

تعيين المجموعة البريمية المكافئة

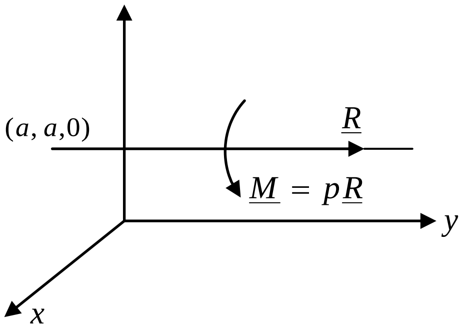
$$\underline{R} = \underline{F_1} + \underline{F_2} = \sqrt{2}F\,\underline{j} \qquad \text{(i)}$$

$$\underline{M_\circ} = \underline{r_1} \wedge \underline{F_1} + \underline{r_2} \wedge \underline{F_2} = \frac{aF}{\sqrt{2}}(-\underline{i} + \underline{j} + \underline{k}) \qquad \text{(ii)}$$

$$p = \frac{1}{F^2}(\underline{F} \cdot \underline{M_\circ}) = a \qquad \text{(iii)}$$

$$\underline{r} = \frac{\underline{F} \wedge \underline{\underline{M_\circ}}}{F^2} = a(\underline{i} + \underline{k}) \qquad \text{(iv)}$$

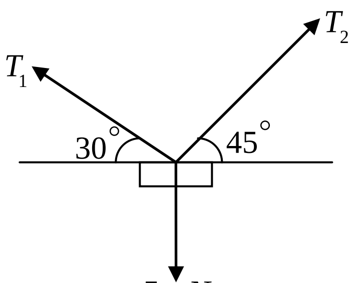
وهي تمثل في الشكل التالي



السؤال الرابع:

1- كتلة مقدارها $5\ kg$ معلقة في حالة اتزان بواسطة خيطين غير مرنين يعملان زوايا $45^\circ, 30^\circ$ مع الأفقي . أوجد الشد في كل خيط.

الحــل:



الجسيم متزن تحت تأثير ثلاث قوى إذن يمكن تطبيق قاعدة لامي لإيجاد الشدين T_1, T_2 في الخيطين 0

$$\frac{T_1}{\sin(90^\circ + 45^\circ)} = \frac{T_2}{\sin(90^\circ + 30^\circ)} = \frac{5g}{\sin(180^\circ - 30^\circ - 45^\circ)}$$

$$\frac{T_1}{\sin 135^\circ} = \frac{T_2}{\sin 120^\circ} = \frac{5g}{\sin 105^\circ}$$

$$\therefore \quad T_1 = \frac{5g \sin 135^\circ}{\sin 105^\circ} = 35.87\ N$$

$$T_2 = \frac{5g \sin 120^\circ}{\sin 105^\circ} = 43.93\ N$$

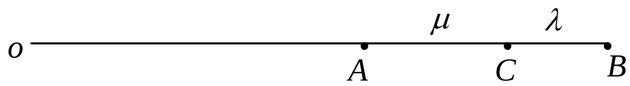
لاحظ أن $(g = 9.81\, ms^{-2})$

2- إذا كان AB مستقيم ، C نقطة واقعة عليه بحيث أن $\lambda \underline{AC} = \mu \underline{CB}$ فإثبت ان

$$\lambda\ \underline{oA} + \mu\ \underline{oB} = (\lambda + \mu)\ \underline{oC}$$

حيث o أيه نقطة .

<u>أولا :</u> نفرض أن o نقطة واقعة على AB أو امتداده



في هذه الحالة ينطبق كلا من المتجهات $\underline{oA}, \underline{oB}, \underline{oC}$ على المستقيم AB ويكون

$$\lambda\ oA + \mu\ oB = \lambda(oC - AC) + \mu(oC + CB)$$

$$= (\lambda + \mu)oC - \lambda AC + \mu CB$$

ولكن $\lambda\ AC = \mu\ CB$

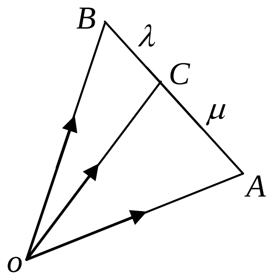
$$\therefore \lambda\ oA + \mu\ oB = (\lambda + \mu)oC$$

أي أن

$$\lambda\ \underline{oA} + \mu\ \underline{oB} = (\lambda + \mu)\underline{oC}$$

<u>ثانيا :</u> نفرض أن o نقطة خارج المستقيم AB

في هذه الحالة



$$\underline{oA} = \underline{oC} + \underline{CA}$$

$$\underline{oB} = \underline{oC} + \underline{CB}$$

بضرب المعادلة الأولى في λ والمعادلة الثانية في μ والجمع نحصل على

$$\lambda\ \underline{oA} + \mu\ \underline{oB} = \lambda(\underline{oC} + AC) + \mu(\underline{oC} + \underline{CB})$$

$$= (\lambda + \mu)\underline{oC} + \lambda\ \underline{CA} + \mu\ \underline{CB}$$

ولكن $\lambda\ \underline{AC} = \mu\ \underline{CB}$

$$\therefore \lambda\ \underline{CA} + \mu\ \underline{CB} = \lambda\ \underline{CA} + \mu\ \underline{AC} = 0$$

$$\therefore \lambda\ \underline{oA} + \mu\ \underline{oB} = (\lambda + \mu)\ \underline{oC}$$