جامعة بنها – كلية التربية – الفصل الدراسي الثاني للعام ٢٠١٢/٢٠١٣
امتحان الفرقة الثانية تعليم أساسي – شعبة رياضيات

المادة / رياضة تطبيقية (٢) **الزمن / ساعتان**

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول

أ- يتحرك جسيم في خط مستقيم تبعاً للعلاقة $x = a\sqrt{v} - b$ حيث a,b ثابتان وكانت أحوال بداية الحركة $x = 0$ عندما $t = 0$ ، أوجد الزمن المنقضي حتى تبلغ السرعة ضعف قيمتها الابتدائية ، أوجد أيضاً العجلة بدلالة السرعة ،

ب- يتحرك جسيم حركة توافقية بسيطة ووجد أن المسافات المقطوعة أثناء جزء من الحركة في نفس الاتجاه مقاسه من مركز الحركة هي x_1, x_2, x_3 عند نهاية ثلاث ثوان متتالية ، أثبت أن زمن الذبذبة الكاملة هو

$$2\pi / \cos^{-1}\left(\frac{x_1 + x_3}{2x_2}\right)$$

السؤال الثاني

قذف جسيم رأسياً إلى أعلى في وسط مقاومته mkv حيث v هي سرعة الجسيم عند أي لحظة ، k كمية ثابتة ، فإذا تلاشت سرعة الجسيم بعد مضي زمن قدره T من لحظة القذف وعلى ارتفاع H من نقطة القذف ، برهن على أن السرعة الابتدائية التي قذف بها الجسيم هي $gT + kH$ ،

السؤال الثالث

أ- كرة كتلتها $10\,lb$ تسير بسرعة $8\ ft/\sec$ ، اصطدمت بكرة أخرى كتلتها $8\,lb$ وتتحرك بسرعة $4\ ft/\sec$ في الاتجاه المضاد ، إذا كان معامل الارتداد $e = 1/3$ فأوجد سرعتي الكرتين بعد التصادم ، وكذلك طاقة الحركة المفقودة خلال التصادم ،

ب- يتحرك جسيم بسرعة زاوية ثابتة ω في مسار مستوي معادلته القطبية $r = a\theta$ حيث a مقدار ثابت ، أوجد سرعة وعجلة الجسيم إذا علم أن الجسيم بدأ حركته من القطب ،

السؤال الرابع

قذف جسيم بسرعة ابتدائية مقدارها u في اتجاه يميل على الأفقي بزاوية مقدارها α أوجد زمن الطيران وزمن الوصول لأقصى ارتفاع وما العلاقة بين الزمنين ثم أوجد المدى وأقصى ارتفاع يصل إلية المقذوف وأوجد قيمة السرعة التي يصطدم بها المقذوف المستوى الأفقي ،

مع أطيب التمنيات بالنجاح

إجابة اختبار مادة رياضة تطبيقية (٢) للفرقة الثانية تعليم أساسي كلية التربية شعبة رياضيات العام الدراسي ٢٠١٢/٢٠١٣ الفصل الدراسي الثاني تاريخ الاختبار ٢٠١٣/٥/٢٥(ورقه امتحانيه) الزمن ساعتان

أستاذ المادة د/ مجدي مصطفى حسين كلية العلوم قسم الرياضيات – جامعة بنها

إجابة السؤال الأول

أ- نوجد أولاً العلاقة بين x,t كما يلي

$$x = a\sqrt{v} - b \Rightarrow \therefore v = \left(\frac{x+b}{a}\right)^2 \qquad (1)$$

بفصل المتغيرات ثم التكامل وبعد استخدام الشروط الابتدائية ندما $t=0$ كانت $x=0$ نحصل على

$$\therefore t = \frac{a^2 x}{b(x+b)} \qquad (2)$$

نوجد السرعة الابتدائية وذلك بوضع $x=0$ في (1) نحصل على $v_{\circ} = \frac{b^2}{a^2}$ ضعف هذه السرعة تحدث عند موضع يتعين من

$$x = a\sqrt{\frac{2b^2}{a^2}} - b = (\sqrt{2}-1)b$$

بالتعويض عن هذا الموضع في (2) نحصل على الزمن المطلوب $t = \frac{(\sqrt{2}-1)a^2}{\sqrt{2}b}$ أما العجلة بدلالة السرعة فتتعينمن

$$f = v\frac{dv}{dx} = \frac{2v(x+b)}{a^2}$$

ولكن $x+b = a\sqrt{v}$ بالتعويض نجد أن $f = 2v^{3/2}/a$

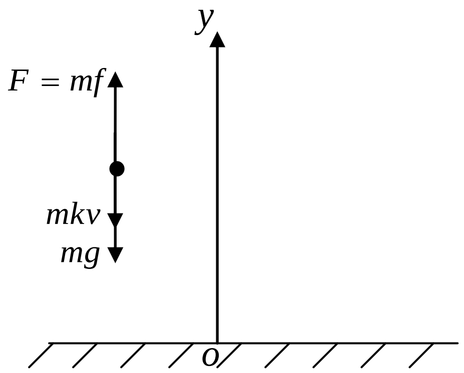
ب- $x_1 = a\sin\omega t \quad , \quad x_2 = a\sin\omega(t+1) \quad , \quad x_3 = a\sin\omega(t+2)$

$$\therefore x_1 + x_3 = a[\sin\omega t + \sin\omega(t+2)] = 2x_2\cos\omega \quad \Rightarrow \quad \therefore \omega = \cos^{-1}[(x_1+x_3)/2x_2]$$

$$\therefore \tau = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi/\cos^{-1}\left(\frac{x_1+x_3}{2x_2}\right)$$

إجابة السؤال الثاني :

نعتبر oy المحور الرأســي حيث أن الجسيم يتحرك لأعلى في اتجاه زيادة y وعلى ذلك تكــون العجلة المؤثرة هي $\ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}$ وفي نفس الاتجاه إلى أعلى ،



معادلة الحركة

$$\ddot{y} = -(g + kv) \qquad (1)$$

بوضع $\ddot{y} = \frac{dv}{dt}$ وفصل المتغيرات وإجراء التكامل نحصل على

$$\frac{dv}{dt} = -k(v + (g/k)) \Rightarrow \int \frac{dv}{v+(g/k)} = -k\int dt + c_1$$

$$\therefore \ln[v + (g/k)] = -kt + c_1 \qquad (2)$$

عندما $t=0$ كانت $v = v_{\circ}$ بالتعويض في (2) نجد أن $c_1 = \ln[v_{\circ} + (g/k)]$

$$\therefore t=\frac{1}{k}\ln\left(\frac{v_\circ+(g/k)}{v+(g/k)}\right) \qquad (3)$$

عندما $t=T$ فإن $v=0$ ، من المعادلة (3) نحصل على

$$T=\frac{1}{k}\ln\left(\frac{v_\circ k+g}{g}\right) \qquad (4)$$

المعادلة (4) تعطي الزمن الذي تتلاشى عنده السرعة ، ولإيجاد ارتفاع الجسيم عند أي سرعة للجسيم ، فإنه يجب أن نعبر عن العجلة التي يتحرك بها الجسيم $\ddot{y}$ بدلالة السرعة v أي أنه بوضع $\ddot{y}=v\dfrac{dv}{dy}$ في المعادلة (1) نحصل على

$$\therefore v-\frac{g}{k}\ln(v+(g/k))=-ky+c_2 \qquad (5)$$

نفرض أن الجسيم قذف بسرعة ابتدائية $v_\circ$ إلى أعلى ، إذن عندما تكون $v=v_\circ$ فإن $y=0$ إذن من المعادلة (5) نحصل على $c_2=v_\circ-\dfrac{g}{k}\ln(v_\circ+(g/k))$ وبالتعويض في المعادلة (5) عن قيمة الثابت نحصل على

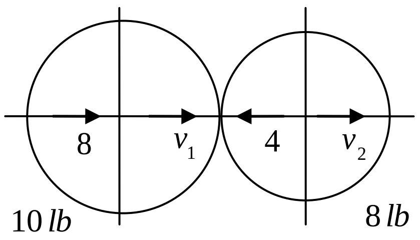
$$y=\frac{1}{k}\left[v_\circ-\frac{g}{k}\ln(v_\circ+\frac{g}{k})-v+\frac{g}{k}\ln(v+\frac{g}{k})\right] \qquad (6)$$

وحيث أن السرعة تتلاشى عند أقصى ارتفاع H بعد مضي زمن T ، بوضع $y=H$ ، $v=0$ في المعادلة (6) نحصل على

$$H=\frac{1}{k}\left[v_\circ-\frac{g}{k}\ln\left(\frac{kv_\circ+g}{g}\right)\right] \qquad (7)$$

بالتعويض من المعادلة (4) في المعادلة (7) نحصل على $v_\circ=kH+gT$

إجابة السؤال الثالث :



أ- نفرض أن سرعة كل من الكرتين بعد التصادم هما v_1, v_2 في الاتجاه المبين بالرسم ، من مبدأ ثبوت كمية الحركة نجد أن

$$10\times 8+8\times(-4)=10v_1+8v_2 \qquad (1)$$

ومن قانون نيوتن التجريبي نجد أن

$$v_2-v_1=-\frac{1}{3}(-4-8)=4$$

من المعادلة (1),(2) نجد أن $v_2=44/9\ ft/\sec$ ، $v_1=8/9\ ft/\sec$ ولإيجاد الطاقة المفقودة نتيجة للتصادم يمكن استخدام القانون مباشرة ويمكن إتباع الآتي :

نحسب طاقة الحركة قبل التصادم E_1 وطاقة الحركة بعد التصادم E_2 نجد أن

$$E_1=\frac{1}{2}\times 10\times(8)^2+\frac{1}{2}\times 8\times(-4)^2=384\ lb.ft \quad ، \quad E_2=\frac{1}{2}\times 10\times(\frac{8}{9})^2+\frac{1}{2}\times 8\times(\frac{44}{9})^2=\frac{896}{9}\ lb.ft$$

$\therefore$ طاقة الحركة المفقودة = طاقة الحركة قبل التصادم – طاقة الحركة بعد التصادم

$$\therefore E=E_1-E_2=384-\frac{896}{9}\approx 284.4\ lb.ft$$

ب- $\because \dot{\theta}=\omega=const.\Rightarrow \therefore \theta=\omega t+c$

حيث c يعين من الشروط الابتدائية عندما $t=0$ كانت $\theta=0$ فإن $c=0$ إذن $\theta=\omega t$ بالتعويض في معادلة المسار نجد أن $r=a\theta=a\omega t$ ومن هذه المعادلة نحصل على $\ddot{r}=0$ ، $\dot{r}=a\omega$ كما أن $\ddot{\theta}=0$ ، $\dot{\theta}=\omega$ وبالتعويض في مركبات السرعة في الاتجاهين المركزي والعمودي عليه نجدهما على الترتيب

$$v_r = \dot{r} = a\omega \quad ، \quad v_\theta = r\dot{\theta} = \omega r$$

وكذلك مركبتا العجلة في الاتجاهين السابقين هما على الترتيب

$$f_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -\omega^2 r \quad ، \quad f_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 2a\omega^2$$

إجابة السؤال الرابع :

(1) $m\ddot{x} = 0$ (2) $m\ddot{y} = -mg$

من المعادلة (1) نجد أن

(3) $$\frac{d\dot{x}}{dt} = 0 \Rightarrow \dot{x} = const. = u\cos\alpha$$

من المعادلة (2) نجد أن $\frac{d\dot{y}}{dt} = -g$ بفصل المتغيرات وإجراء التكامل نحصل على

(4) $$\therefore \dot{y} = -gt + c$$

عندما $t = 0$ كانت $\dot{y} = u\sin\alpha \Leftarrow c = u\sin\alpha$ بالتعويض في المعادلة (4) نحصل على

(5) $$\therefore \dot{y} = u\sin\alpha - gt$$

من المعادلة (3) نجد أن $x = ut\cos\alpha + c_1$ عندما $t = 0$ كانت $x = 0$ نجد أن $c_1 = 0$

(6) $$\therefore x = ut\cos\alpha$$

من المعادلة (5) وبعد فصل المتغيرات وإجراء التكامل نجد أن

(7) $$y = ut\sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2$$

لإيجاد زمن الطيران نضع $\dot{y} = 0, t = T$ في المعادلة (7) نحصل على

(8) $$\therefore T = (2u/g)\sin\alpha$$

بالتعويض من المعادلة (8) في المعادلة (6) نحصل على المدى والذي سوف نرمز له بالرمز R حيث

(9) $$R = u\left(\frac{2u}{g}\sin\alpha\right)\cos\alpha = \frac{u^2}{g}\sin 2\alpha$$

من المعادلة (5) بعد وضع $\dot{y} = 0$ نحصل على $t = (u/g)\sin\alpha$ وهو زمن الوصول لاقصى ارتفاع نلاحظ أن زمن الوصول إلى أقصى ارتفاع يساوي نصف زمن الطيران وبالتعويض بزمن الوصول لأقصى ارتفاع في المعادلة (7) نحصل على أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم

$$y_{\max} = u\sin\alpha\left(\frac{u}{g}\sin\alpha\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{u}{g}\sin\alpha\right) = \frac{u^2}{2g}\sin^2\alpha$$

وبالتعويض بزمن الطيران في المعادلتين (3),(5) نحصل على مركبات السرعة وبالتالي نجد أن قيمة السرعة التي يصطدم بها الجسم المستوى تساوي سرعة القذف وتميل على الأفقيي بزاوية $\pi - \alpha$ ،