نموذج اجابة

الفرقة الثانية عام — شعبة : فيزياء

المادة :استاتيكا

1- أثبت أن

$$(\underline{A}\cdot\underline{B})^2 = A^2B^2 - |\underline{A}\wedge\underline{B}|^2$$

الحـــــل

بفرض أن الزاوية بين المتجهين تساوي θ

$$\therefore\ \underline{A}\cdot\underline{B} = A\,B\cos\theta \qquad (1)$$

$$\underline{A}\wedge\underline{B} = A\,B\sin\theta\ \underline{n}$$

$$\therefore\ |\underline{A}\wedge\underline{B}| = A\,B\sin\theta \qquad (2)$$

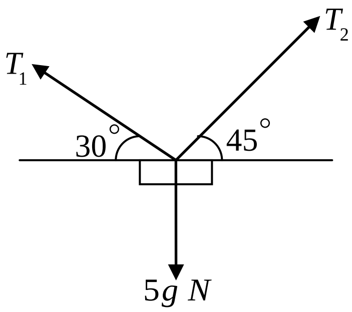
من (1),(2) بالتربيع والجمع ينتج أن

$$(\underline{A}\cdot\underline{B})^2 + |\underline{A}\wedge\underline{B}|^2 = A^2B^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = A^2B^2$$

$$\therefore\ (\underline{A}\cdot\underline{B})^2 = A^2B^2 - |\underline{A}\cdot\underline{B}|^2$$

2- كتلة مقدارها $5\ kg$ معلقة في حالة اتزان بواسطة خيطين غير مرنين يعملان زوايا $30^\circ, 45^\circ$ مع الأفقي. أوجد الشد في كل خيط.

الحــل:



الجسيم متزن تحت تأثير ثلاث قوى
إذن يمكن تطبيق قاعدة لامي لإيجاد
الشدين T_1, T_2 في الخيطين 0

$$\frac{T_1}{\sin(90^\circ+45^\circ)} = \frac{T_2}{\sin(90^\circ+30^\circ)} = \frac{5g}{\sin(180^\circ-30^\circ-45^\circ)}$$

$$\frac{T_1}{\sin 135^\circ} = \frac{T_2}{\sin 120^\circ} = \frac{5g}{\sin 105^\circ}$$

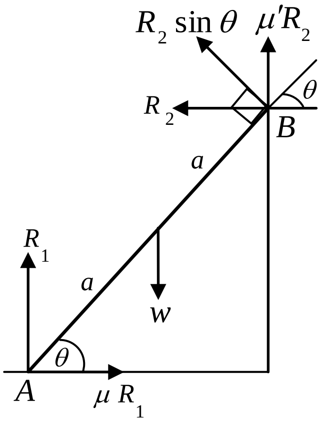
$$\therefore\quad T_1 = \frac{5g\sin 135^\circ}{\sin 105^\circ} = 35.87\ N$$

$$T_2 = \frac{5g\sin 120^\circ}{\sin 105^\circ} = 43.93\ N$$

لاحظ أن $(g = 9.81\, ms^{-2})$

3- قضيب منتظم يرتكز بطرفه A على مستوى أفقي خشن وبطرفه B على حائط رأسي خشن بحيث أن المستوى الرأسي المار بالقضيب يكون عمودياً على الحائط . إذا كان القضيب على وشك الانزلاق فأثبت أن الزاوية θ التي يصنعها مع الأفقي تعطى بالعلاقة $\tan\theta=(1-\mu\,\mu')/2\mu$ حيث μ معامل الاحتكاك بين القضيب والمستوى الأفقي ، μ' معامل الاحتكاك بين القضيب والحائط .

الحــل:



بدراسة اتزان القضيب نجد أن

$$R_1=w-\mu' R_2 \qquad (1)$$
$$R_2=\mu R_1 \qquad (2)$$

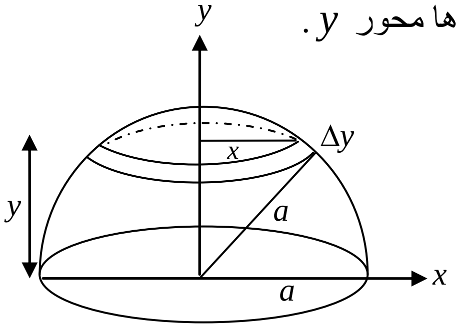
من $(1),(2)$ نجد أن

$$R_1=w-\mu\,\mu' R_1$$
$$\therefore R_1=w/(1+\mu\,\mu') \qquad (3)$$
$$\therefore R_2=\mu w/(1+\mu\,\mu') \qquad (4)$$

بأخذ العزوم حول A نحصل على

$$wa\cos\theta=2aR_2\sin\theta+\mu' R_2\cdot 2a\cos\theta$$
$$(w-2\mu' R_2)\cos\theta=2R_2\sin\theta$$
$$\therefore \tan\theta=\frac{w-2\mu' R_2}{2R_2}=\frac{w-\dfrac{2\mu\mu' w}{(1+\mu\mu')}}{\dfrac{2\mu\,w}{(1+\mu\mu')}}$$
$$=\frac{1+\mu\mu'-2\mu\mu'}{2\mu}=\frac{1-\mu\mu'}{2\mu}$$

4- اوجد مركز ثقل نصف كرة مصمتة إذا كان محورها محور y .



نقسم الكرة إلى عناصر على هيئة أقراص تنتج من رسم مستويات متوازية وموازية للقاعدة 0 نعتبر إحداهما وليكن القرص ذو السمك Δy ويبعد عن القاعدة مسافة y من القاعدة ونصف قطره x 0 إذن من العلاقات الهندسية نجد أن

$$x^2+y^2=a^2$$

وزن القرص

$$\delta w = \rho\pi\, x^2 \Delta y = \rho\pi\,(a^2 - y^2)\Delta y$$

ومركز ثقل هذا العنصر هو $(0, y)$ ولذلك يكون مركز ثقل نصف الكرة المصمتة $(\bar{x}, \bar{y}) = (0, \bar{y})$

$$\therefore \bar{y} = \frac{\int_0^a \rho\pi(a^2 - y^2)\,y\,dy}{\int_0^a \rho\pi(a^2 - y^2)\,dy} = \frac{3}{8}a$$

أي أن مركز ثقل نصف الكرة المصمتة يقع على محورها ويقسمه بنسبة $3:5$ من جهة القاعدة المستوية 0