

جامعة بنها - كلية العلوم

الأسئلة + نموذج اجابة الفرقة : الأولى تربية عام رياضيات

الفصل الدراسي الثاني 2012-2013

تاريخ الامتحان: 2013-6-9

ورقة كاملة

المادة: ديناميكا

أستاذ المادة : أ. د / مصطفى عبد الحميد أحمد محمود

أستاذ بقسم الرياضيات بكلية العلوم ببها

أجب عن الأسئلة الآتية:

س1) يتحرك جسيم من سكون في خط مستقيم بعجلة تزايدية بمعدل زمني ثابت من 1 ft/sec^2 إلى 4 ft/sec^2 في ثانية واحدة. أثبت أن النقطة تتحرك مسافة 1 ft في هذه الثانية.

س2) تتعين عجلة قطرة مطر متحركة لأسفل بالمعادلة $f = g - kv$ حيث g عجلة الجاذبية الأرضية ، k مقدار ثابت . إذا قيس الزمن من اللحظة التي كانت عندها القطرة هابطة بسرعة u وقيست المسافة من نفس الموضع . أوجد كلاً من السرعة v والمسافة y كدوال في الزمن t .

س3) إذا كانت إزاحة جسيم عند زمن t تعطى من المعادلة $x = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ أثبت أن الحركة توافقية بسيطة . أوجد سعة الذبذبة وزاوية الطور الابتدائية وأكبر سرعة وأكبر عجلة والزمن الدوري عندما $A = 3, B = 4, \omega = 2$.

س4) كرة كتلتها 10 lb تسير بسرعة 5 ft/sec . اصطدمت بكرة أخرى كتلتها 4 lb وتتحرك بسرعة 2 ft/sec في نفس الاتجاه . فإذا كان معامل الارتداد يساوي $1/2$. أوجد سرعة كل من الكرتين بعد التصادم.

س5)- إذا كان t هو زمن الطيران ، R هو المدى . فاثبت أن $gt^2 = 2R \tan \alpha$ حيث α زاوية القذف.

س6) كتلة على شكل اسطوانة مصمتة نصف قطرها c لا تؤثر عليها أي قوة تتحرك في اتجاه محورها خلال غبار ساكن كثافته الحجمية ρ . فإذا كان الغبار الذي يصطدم بالاسطوانة يعلق بها وكان M, u كتلة وسرعة الاسطوانة عند البدء. أثبت أن المسافة المقطوعة في زمن t تتعين من المعادلة

$$(M + \rho \pi c^2 x)^2 = M^2 + 2\rho \pi u c^2 M t$$

نموذج الاجابة

اجابة السؤال الاول:

حيث أن العجلة تتزايد بمعدل زمني ثابت ، فإن معدل تغير العجلة بالنسبة للزمن يكون ثابتاً أي أن

$$\frac{df}{dt} = c \Rightarrow \int df = c \int dt + c_1 \Rightarrow f = ct + c_1 \quad (1)$$

حيث c, c_1 مقادير ثابتة . لإيجاد الثوابت c, c_1 من الشروط الابتدائية نجد أن عندما $t = 0$ فإن $f = 1$ نحصل على $c_1 = 1$ وعندما $t = 1$ فإن $f = 4$ نحصل على $c = 3$. بالتعويض في المعادلة (1) نحصل على

$$f = 3t + 1 \quad (2)$$

من المعادلة (2) نجد أن

$$\frac{dv}{dt} = 3t + 1 \Rightarrow \int dv = \int (3t + 1)dt + c_2$$

أي أن

$$v = (3t^2 / 2) + t + c_2 \quad (3)$$

من الشروط الابتدائية عندما $t = 0, v = 0$ نجد أن $c_2 = 0$ أي أن

$$v = \frac{3}{2}t^2 + t \quad (4)$$

بتكامل المعادلة (4) نجد أن

$$\int dx = \int \left(\frac{3}{2}t^2 + t \right) dt + c_3 \quad , \quad \therefore x = \frac{1}{2}(t^3 + t^2) + c_3$$

من الشروط الابتدائية عندما $x = 0$ ، $t = 0$ نجد أن $c_3 = 0$

$$\therefore x = \frac{1}{2}(t^3 + t^2) \quad (5)$$

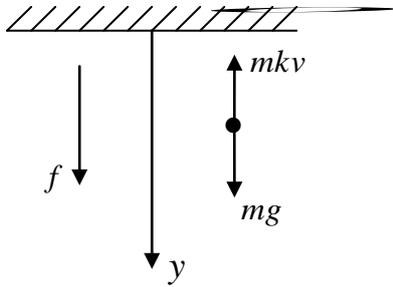
المعادلة (5) تعطي المسافة التي يقطعها الجسم عند أي لحظة زمنية t . بوضع $t = 1$

نحصل على المسافة التي يقطعها الجسم في ثانية واحدة . أي أن

$$x = (1+1)/2 = 1 \text{ ft}$$

اجابة السؤال الثاني:

معادلة الحركة هي



$$f = g - kv = -k\left(v - \frac{g}{k}\right) \quad (1)$$

بوضع $f = dv/dt$ في المعادلة (1)

وبفصل المتغيرات وإجراء التكامل نجد أن

$$\frac{dv}{dt} = -k\left(v - \frac{g}{k}\right)$$

$$\int \frac{dv}{-k\left(v - \frac{g}{k}\right)} = \int dt + c_1$$

$$-\frac{1}{k} \ln\left(v - \frac{g}{k}\right) = t + c_1 \quad (2)$$

عندما $t = 0$ نجد أن $v = u$ نحصل على

$$c_1 = -\frac{1}{k} \ln\left(u - \frac{g}{k}\right) \quad (3)$$

بالتعويض في المعادلة (2) نحصل على

$$t = \frac{1}{k} \ln \frac{uk - g}{vk - g} \quad (4)$$

المعادلة (4) تعطي العلاقة بين الزمن t والسرعة v حيث

$$v = [g + (uk - g)e^{-kt}] / k \quad (5)$$

وبوضع $f = dv/dt$ في المعادلة (5)

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{k} [g + (uk - g)e^{-kt}]$$

وبفصل المتغيرات وإجراء التكامل نحصل على

$$\int dy = \frac{1}{k} \int [g + (uk - g)e^{-kt}] dt + c_2$$

$$\therefore y = \frac{1}{k} \left[gt - \frac{uk - g}{k} e^{-kt} \right] + c_2 \quad (6)$$

عندما $t = 0$ تكون $y = 0$ ينتج أن $c_2 = \frac{uk - g}{k^2}$. بالتعويض في المعادلة (6) نحصل على

$$y = \frac{1}{k} \left[gt - \frac{uk - g}{k} (1 - e^{-kt}) \right] \quad (7)$$

المعادلة (7) تعطي العلاقة بين المسافة y والزمن t .

اجابة السؤال الثالث:

$$x = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

$$\dot{x} = -A\omega \sin \omega t + B\omega \cos \omega t$$

$$\ddot{x} = -A\omega^2 \cos \omega t - B\omega^2 \sin \omega t$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 x$$

وهذه تمثل معادلة حركة توافقية بسيطة . وسعتها تساوي

$$a = \sqrt{A^2 + B^2}$$

وزاوية الطور ε تساوي

$$\tan \varepsilon = -\frac{B}{A} \Rightarrow \varepsilon = \tan^{-1}\left(-\frac{B}{A}\right)$$

وبالتعويض بالقيم العددية المعطاة في المسألة نحصل على

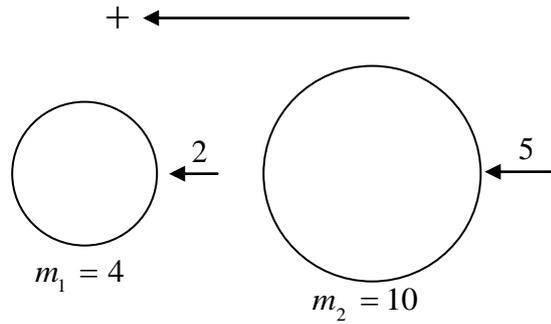
$$a = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = 5 \quad , \quad \varepsilon = \tan^{-1}\left(-\frac{B}{A}\right) = \tan^{-1}\left(-\frac{4}{3}\right)$$

$$v_{\max} = \omega a = 2 \times 5 = 10 \text{ m/sec}$$

$$f_{\max} = \omega^2 a = (2)^2 \times 5 = 20 \text{ m/sec}^2$$

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ sec}$$

اجابة السؤال الرابع:



نفرض أن سرعة كل من الكرتين بعد التصادم هما v_1, v_2 مقاسه في الاتجاه الموجب وهو اتجاه حركة الكرتين قبل التصادم .

$$v_2 - v_1 = -\frac{1}{2}(5 - 2) \quad (1) \quad \text{من قانون نيوتن نجد أن}$$

$$10 \times 5 + 4 \times 2 = 10v_2 + 4v_1 \quad (2) \quad \text{من قانون بقاء كمية الحركة نحصل على}$$

من (1),(2) نجد أن

$$v_2 = \frac{73}{14} \text{ ft/sec} \quad , \quad v_1 = \frac{26}{7} \text{ ft/sec}$$

اجابة السؤال الخامس:

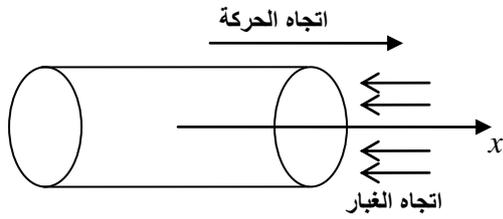
$$\therefore t = (2u / g) \sin \alpha$$

$$\therefore t^2 = \left(\frac{2u}{g} \right)^2 \sin^2 \alpha$$

$$\therefore R = u \left(\frac{2u}{g} \sin \alpha \right) \cos \alpha$$

$$\therefore gt^2 = 2R \tan \alpha$$

اجابة السؤال السادس:



كتلة الاسطوانة بعد أن تتحرك مسافة قدرها x في زمن قدره t

= كتلة الاسطوانة في البداية + كتلة الغبار الموجود داخل

اسطوانة ارتفاعها x ونصف قطر قاعدتها c تساوي

$$\pi \rho c^2 x + M$$

$$F = \frac{d}{dt}(m v) - u \frac{dm}{dt} \quad \text{معادلة الحركة هي}$$

∴ الغبار ساكن والقوى المؤثرة على الاسطوانة تنعدم $u = 0$ ، $F = 0$

$$\therefore \frac{d}{dt}(m v) = 0$$

$$\therefore \frac{d}{dt}(M + \pi \rho c^2 x) v = 0 \quad \therefore (M + \pi \rho c^2 x) \dot{x} = c_1$$

حيث c_1 ثابت. في البداية كتلة الاسطوانة M ، $\dot{x} = u$ ، $x = 0$ ، $\therefore c_1 = Mu$

$$\therefore (M + \pi \rho c^2 x) \dot{x} = Mu$$

$$\therefore \int (M + \pi \rho c^2 x) dx = \int Mu dt + c_2$$

$$\therefore Mx + \frac{1}{2}\pi\rho c^2 x^2 = Mut \Rightarrow \therefore 2Mx + \pi\rho c^2 x^2 = 2Mut$$

بضرب المعادلة السابقة في $\pi\rho c^2$ نحصل على

$$\therefore 2\pi\rho c^2 Mx + \pi^2 \rho^2 c^4 x^2 = 2\pi\rho c^2 Mut$$

بإضافة M^2 لكل من الطرفين نحصل على

$$\therefore M^2 + 2\pi\rho c^2 Mx + \pi^2 \rho^2 c^4 x^2 = M^2 + 2\pi\rho c^2 Mut$$

$$\therefore (M + \rho\pi c^2 x)^2 = M^2 + 2\rho\pi c^2 Mt$$