نموذج إجابة (نصف ورقة)

أستاذ المادة: د. محمد معبد بيومي خضر

التاريخ: 10/ 1/ 2013م

جامعة بنـها ـ كلية العلوم ـ قسـم الرياضيـــــات

المــــادة: أساسيات رياضيات

الزمــن: ساعة

دور ينـاير 2013

الفرقة: أولي أساسي عربي

كلية التربية

جامعة بنــها — امتحان الفصل الدراسي الأول — المـــادة: أساسيات رياضيات
كلية التربيـــة — (2013) — الزمـــن: ساعة
قسـم الرياضيـــــات — **الورقة الأولي** — الفرقـــة: الأولي (عربي)
التاريخ: 10-1-2013

أجب عن الأسئلـــة الآتيـــة

السؤال الأول: (أجب عن ثلاثـــة فقـط)

(أ) اثبت أن $X\times(Y\cup Z)=(X\times Y)\cup(X\times Z)$ لأي ثلاث مجموعات X,Y,Z.

(ب) اثبت أن العلاقة $R=\{(x,y):\ x,y\in N,\ x+y=2m,\ m\in N\}$ هي علاقة تكافؤ وأوجد فصول التكافؤ لها وهل هذه الفصول تكون تجزئ لمجموعة الأعداد الطبيعية N.

(جـ) ادرس خواص العلاقة $R=\{(a,a),(a,b),(b,a),(b,b),(c,c)\}$ المعرفة علي المجموعة $A=\{a,b,c\}$ من حيث كونها عاكسة- متماثلة- ناقلة - تكافؤ، وأجد مجالها ومداها ومعكوسها.

(د) لتكن الدالتين $f: N\to N,\ g: N\to N$ معرفتين كما يلي $f(x)=2x+3,\ g(x)=3x^2-4$. اثبت أن الدالة f أحادية وأوجد $f\circ g$.

السؤال الثاني: (أجب عن ثلاثـــة فقـط)

(أ) اثبت كل من $[1]\ \sim(p\vee q)\equiv\sim p\wedge\sim q \quad [2]\ p\Rightarrow(p\vee q)$

(ب) اثبت أن التقرير $p\vee\sim(p\wedge q)$ صائب منطقي بينما التقرير $(p\wedge q)\wedge\sim(p\vee q)$ خاطئ منطقي.

(جـ) إذا كانت $A=\{1,2,3,4\},\ B=\{2,5,6\},\ U=\{1,2,3,4,5,6\}$ فأوجد كل من

$$\overline{A},\quad A\cup B,\ A-B,\ A+B,\ \overline{A\cap B},\ A\times B,\ P(B),\ |A|$$

(د) اثبت أن $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$ لأي ثلاث مجموعات A, B, C.

انتهت الأسئلة،

متمنياً للجميع التوفيق والنجاح،

د. محمد معبد

إجابة السؤال الأول

(أ)

$$
\begin{aligned}
X\times(Y\cup Z) &= \{(a,b):\ a\in X,\ b\in(Y\cup Z)\}\\
&= \{(a,b):\ a\in X,\ (b\in Y\vee b\in Z)\}\\
&= \{(a,b):\ (a\in X,\ b\in Y)\vee(a\in X,\ b\in Z)\}\\
&= \{(a,b):\ (a,b)\in(X\times Y)\vee(a,b)\in(X\times Z)\}\\
&= (X\times Y)\cup(X\times Z)
\end{aligned}
$$

(ب)

(1) $\because \forall\ a\in N,\ \ a+a=2m\ (\text{even})\ \Rightarrow (a,a)\in R$ $\therefore$ هذه العلاقة عاكسة

(2) $\because \forall\ \ (x,y)\in R\ \Rightarrow\ (y,x)\in R$ $\therefore$ هذه العلاقة متماثلة

(3) $\because \forall\ \ (x,y)\in R\ \ (y,z)\in R\ \ x+y=2n\ ,\ \ y+z=2m$

$\Rightarrow x+z=2n-y+2m-y=2n+2m-2y=2(n+m-y)\ (\text{even})\ \Rightarrow\ (x,z)\in R$

$\therefore$ هذه العلاقة ناقلة.

ومما سبق نجد أن هذه العلاقة هي علاقة تكافؤ.

فصول التكافؤ لها هي
$[1]=\{1,3,5,7,....\}=[3]=[5]=...$
$[2]=\{2,4,6,8,....\}=[4]=[6]=...$

أي أنه يوجد فصلين تكافؤ مختلفين هما $\{1,3,5,7,....\},\ \ \{2,4,6,8,....\}$ **وحيث أن**

$\{1,3,5,7,....\}\cap\{2,4,6,8,....\}=\phi,\ \ \{1,3,5,7,....\}\cup\{2,4,6,8,....\}=N$

إذن هذه الفصول تكون تجزئي للمجموعة N .

(جـ)

(1) $\because \forall\ a\in A,\ \ (a,a)\in R$ $\therefore$ **هذه العلاقة عاكسة**

(2) $\because \forall\ \ (x,y)\in R\ \Rightarrow\ (y,x)\in R$ $\therefore$ **هذه العلاقة متماثلة**

(3) $\because \forall\ \ (x,y)\in R,\ (y,z)\in R \Rightarrow\ (x,z)\in R$ $\therefore$ **هذه العلاقة ناقلة**

ومما سبق نجد أن هذه العلاقة هي علاقة تكافؤ.

المجال والمدي **Dom(R)={a,b,c}, Range(R)={a,b,c}**

المعكوس $R^{-1}=\{(a,a),\ (b,a),\ (a,b),\ (b,b),\ (c,c)\}$

(د) حيث أنه

$$\forall \; x_1,x_2 \in N, \quad f(x_1)=f(x_2) \Rightarrow \quad 2x_1+3=2x_2+3 \Rightarrow x_1=x_2$$

إذن هذه الدالة أحادية،

$$(f \circ g)(x)=f(g(x))=2(3x^2-4)+3=6x^2-8+3=6x^2-5.$$

إجابة السؤال الثاني

(أ)

[1] $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$
1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1	0
0	0	1	1	1	0	1

حيث أن قيم الصواب في كل من العمودين الخامس والسابع متساوية فإن

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

[2] $p \Rightarrow (p \vee q)$

p	q	$p \vee q$	$p \rightarrow (p \vee q)$
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	0	1

حيث أن قيم الصواب للتقرير $p \rightarrow (p \vee q)$ كلها تساوي 1 فإنه ينتج أن $p \Rightarrow (p \vee q)$

(ب)

p	**q**	$p\wedge q$	$\sim(p\wedge q)$	$p\vee\sim(p\wedge q)$	$p\vee q$	$\sim(p\vee q)$	$(p\wedge q)\wedge\sim(p\vee q)$
1	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**
1	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**
0	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**
0	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**

حيث أن قيم الصواب للتقرير $p\vee\sim(p\wedge q)$ **كلها تساوي 1 وبالتالي فإن هذا التقرير صائب منطقي.**

حيث أن قيم الصواب للتقرير $(p\wedge q)\wedge\sim(p\vee q)$ **كلها تساوي 0 وبالتالي فإن هذا التقرير خاطئ منطقي.**

(جـ)

$\overline{A}=4$, $A\cup B=\{1,2,3,4,5,6\}$, $A-B=\{1,3,4\}$

$A+B=(A-B)\cup(B-A)=\{1,3,4\}\cup\{5,6\}=\{1,3,4,5,6\}$

$\overline{A\cap B}=\overline{\{2\}}=\{1,3,4,5,6\}$

$A\times B=\{(1,2),(1,5),(1,6),(2,2),(2,5),(2,6),(3,2),(3,5),(3,6),(4,2),(4,5),(4,6)\}$

$P(B)=\{B,\phi,\{2\},\{5\},\{6\},\{2,5\},\{2,6\},\{5,6\}\}$.

(د)

$$\begin{aligned}
A\cup(B\cap C) &=\{x:\ x\in A\ \vee\ x\in B\cap C\}\\
&=\{x:\ x\in A\ \vee\ (x\in B\wedge x\in C\}\\
&=\{x:\ (x\in A\ \vee\ x\in B)\ \wedge(x\in A\ \vee x\in C)\}\\
&=\{x:\ x\in(A\ \cup B)\ \wedge x\in(A\ \cup C)\}\\
&=(A\cup B)\cap(A\cup C)
\end{aligned}$$