

السؤال الأول:

أ- إذا كانت R علاقة علي A فأثبت أن العبارات الآتية متكافئة:
 R متماثلة,

$$R \subseteq R^{-1},$$

$$R = R^{-1},$$

$$R^{-1} \subseteq R,$$

$$R^{-1} \text{ متماثلة}$$

الحل: بفرض أن R متماثلة

$$\text{Let } (x,y) \in R \rightarrow (y,x) \in R \rightarrow (y,x) \in R^{-1}$$

i.e $R \subseteq R^{-1}$

بفرض أن $R \subseteq R^{-1}$
والمطلوب إثبات أن

$$R^{-1} \subseteq R$$

$$\text{Let } (x,y) \in R^{-1} \rightarrow (y,x) \in R \rightarrow (y,x) \in R^{-1} \rightarrow (x,y) \in R$$

i.e $R^{-1} \subseteq R \rightarrow R = R^{-1}$

بفرض أن $R^{-1} \subseteq R$

$$\text{Let } (x,y) \in R^{-1} \rightarrow (y,x) \in R \rightarrow (y,x) \in R^{-1}$$

i.e R^{-1} متماثلة

بفرض أن R^{-1} متماثلة

$$\text{Let } (x,y) \in R \rightarrow (y,x) \in R^{-1} \rightarrow (x,y) \in R^{-1} \rightarrow (y,x) \in R$$

i.e R متماثلة

ب- إذا كانت R علاقة علي N معرفة بالصورة

$$(x,y) \in R \rightarrow x \geq y, x,y \in N$$

إدرس هل R علاقة تكافؤ

الحل:

i) For all $x \in N \rightarrow x \geq x \rightarrow (x,x) \in R$
i.e R عاكسة

ii) if $(x,y) \in R \rightarrow x \geq y$ but $y \not> x \rightarrow (y,x) \not\in R$
 R ليست متماثلة

iii) if $(x,y) \in R \wedge (y,z) \in R \rightarrow x \geq y, \rightarrow y \geq z \rightarrow x \geq z \rightarrow (x,z) \in R$
i.e. ناقلة R

أي أن العلاقة ليست علاقة تكافؤ

ج- ليكن p, q تقريران أثبت أن:

- i) $p \rightarrow p \vee \sim P$
- ii) $p \rightarrow p \vee q$
- iii) $p \wedge q \rightarrow p \vee q$

(i:الحل)

P	$\sim P$	$p \vee \sim P$	$p \rightarrow p \vee \sim P$
1	0	1	1
0	1	1	1

(ii)

P	q	$p \vee q$	$p \rightarrow p \vee q$
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	0	1

(iii)

P	q	$p \wedge q$	$p \wedge q \rightarrow p \vee q$
1	1	1	1
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	1

السؤال الثاني:

أ- أي من العلاقات الآتية تطبيق وأوجد مدي كل تطبيق:

$$f_1 = \{(x,y); x^2 + y^2 = 4, x,y \in \mathbb{Z}\}$$

$$f_2 = \{(x,y); y = 2x + 1, x,y \in \mathbb{Z}\}$$

الحل:

f_1 ليس تطبيق وذلك لأن

$$(0,2) \in f_1 \text{ and } (0,-2) \in f_1$$

f_2 تطبيق ومداه مجموعة الاعداد الصحيحة الفردية.

ب-إذا كان

$$\begin{aligned} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad f(n) = n+1, \quad n \in \mathbb{N} \\ g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad g(n) = 2n^2+3, \quad n \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

أوجد $f \circ g, g \circ f$

الحل:

$$\begin{aligned} g \circ f &= g(f(n)) = g(n+1) = 2(n+1)^2 + 3 = 2n^2 + 4n + 5, \\ f \circ g &= f(g(n)) = f(2n^2 + 3) = (2n^2 + 3) + 1 = 2n^2 + 4 \\ &\text{i.e } g(f(n)) \neq f(g(n)) \end{aligned}$$

مع أطيب التمنيات

د/أحمد عبدالخالق محمد