نموذج اجابة الفرقة الاواى تعليم اساسى لمادة الجبر  شعبة:دراسات اجتماعية
الخاص بالدكتورة / مروة ابراهيم غنيمى - كلية العلوم

---

السؤال الاول:

1-أثبت صحة

$$1+3+5+7+\cdots+(2n-1)=n^2$$

**الحـــل :-**

في حالة $n=1$ نجد أن

الطرف الأيمن =1

الطرف الأيسر =1

أذن الطرفان متساويان والعلاقة صحيحة عندما $n=1$

نفرض صحة العلاقة عندما $n=k$ أي أن

$$1+3+5+\ldots+(2k-1)=k^2 \qquad (1)$$

أثبت صحة العلاقة عندما $n=k+1$

الطرف الايسر $=1+3+5+\ldots+(2k-1)+(2k+1)$

$$=k^2+2k+1=(k+1)^2$$

وهذا يساوي الطرف الأيمن من العلاقة المطلوب أثبات صحتها عندما نضع $n=k+1$ 0 أذن الطرفان متساويان عندما $n=k+1$ وبالتالي تكون العلاقة صحيحة لكل قيم $n$

2 - حل المعادلة

$$z^{12}-i=0$$

**الحـــل**

المعادلة على الصورة

$$z^{12}=i$$

بكتابة $i$ في الصورة القطبية نحصل على

$$z^{12}=1\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$$

$$=\cos\left(\frac{\pi}{2}+2k\pi\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}+2k\pi\right)$$

$$\therefore z=\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}+2k\pi\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}+2k\pi\right)\right)^{1/12}$$

$$=\cos\frac{1+4k}{24}\pi+i\sin\frac{1+4k}{24}\pi$$

وبوضع $k=0,1,2,3,...,11$ نحصل على جذور المعادلة 0

3- أوجد الكسور الجزئية للكسر

$$(a)\,\frac{x+3}{(x+1)(x-1)(x-2)}$$

**<u>الحـــل :</u>**

$$(a)\,\frac{x+3}{(x+1)(x-1)(x-2)}$$

درجة البسط اقل من درجة المقام ، والمقام عبارة عن حاصل ضرب عوامل أولية 0 وبالتالي نفرض مباشرة صورة الكسور الجزئية :

$$\frac{x+3}{(x+1)(x-1)(x-2)}=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{x-1}+\frac{C}{x-2}$$

بتوحيد المقامات ومساواة البسط الجديد بالبسط القديم

$x$+3=A($x$-1)($x$-2)+B($x$+1)($x$-2)+C($x$+1)($x$-1)

ثم نضع $x=-1$ فنحصل على $A=1/3$

وبالمثل لإيجاد $B$ نضع $x=1$ أي أن $B$=-2

وبنفس الطريقة يمكن إيجاد الثابت $C$ نضع $x$=2 ومنها C=5/3

فيكون الناتج على الصورة :

$$\frac{x+3}{(x+1)(x-1)(x-2)}=\frac{1}{3(x+1)}-\frac{2}{x-1}+\frac{5}{3(x-2)}$$

السؤال الثاني:

1: أوجد جذور المعادلة

$$x^4 - x^3 - 11x^2 + 9x + 18 = 0$$

إذا كان $-3,2$ جذرين لها 0

**الحل :** إذا كان $-3,2$ جذرين للمعادلة فهما صفران لكثيرة الحدود $P(x) = x^4 - x^3 - 11x^2 + 9x + 18$ وبالتالي $(x+3),(x-2)$ عاملان من عواملها 0 لإيجاد باقي العوامل نجري القسمة التركيبية مرتين فنحصل على

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| -3) | 1 | -1 | -11 | 9 | 18 |
| | | -3 | 12 | -3 | -18 |
| 2) | 1 | -4 | 1 | 6 | 0 |
| | | 2 | -4 | -6 | |
| | 1 | -2 | -3 | 0 | |

إذن ناتج القسمة هو $x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$ وبالتالي جذور المعادلة هي $-3,-1,2,3$

2- أوجد المعكوس الضربي للمصفوفة

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

الحل

**أولاً:** نوجد مصفوفة محددات العناصر وهي

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 5 \\ 5 & -7 & 8 \\ 5 & 3 & -7 \end{bmatrix}$$

**ثانياً:** نوجد مدور هذه المصفوفة

$$A_{adj} = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 5 \\ 5 & -7 & 3 \\ 5 & 8 & -7 \end{bmatrix}$$

**ثالثاً:** نوجد قيمة محددة المصفوفة

$$|A| = 25$$

$$\therefore A^{-1}=\frac{A_{adj}}{|A|}=\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{7}{25} & \frac{3}{25} \\ \frac{1}{5} & \frac{8}{25} & -\frac{7}{25} \end{bmatrix}$$

وللتأكد من صحة هذا المعكوس نوجد

$$A^{-1}A=\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{7}{25} & \frac{3}{25} \\ \frac{1}{5} & \frac{8}{25} & -\frac{7}{25} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3- اوجد حل مجموعة المعادلات الخطية الاتية باستخدام طريقة كرامر

$2x$-$3y$=4

$x$+$2y$=1

**<u>الحل</u>**

$\Delta$=7

$\Delta_x$ =11

$\Delta_y$ =-2

x=11/7,y=-2/7