جـــامعه بنـــــها
كلـيه الـــــعلوم
قسـم الرياضيات

الزمن: ساعتان
الترم الأول
٢٠١٥ /٢٠١٦

إمتحان تخلفات للفرقة الأولى كلية التربية قسم الفيزياء (رياضيات(١) جبر)

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول:

آ- أثبت صحة العلاقة التالية بطريقة الاستنتاج الرياضي

$$2+4+6+\cdots+2n=n(n+1)$$

ب-- أثبت صحة العلاقة التالية بطريقة الاستنتاج الرياضي:

$$1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$$

اجابة السؤال الأول:

أ- اولا: اثبات صحة العلاقة فى حالة $n=1$:

$$L.H.S=2\times(1)=2$$

$$R.H.S=1\times(1+1)=1\times(2)=2$$

So, $L.H.S=R.H.S$

ثانيا: نفرض صحة العلاقة فى حالة $n=k$

ثالثا: نثبت صحة العلاقة فى حالة $n=k+1$

$$2+4+6+\cdots+2k+2(k+1)$$

$$=k(k+1)+2(k+1)=k^2+k+2k+2$$

$$=k^2+3k+2=(k+1)(k+2)$$

ب- اولا: اثبات صحة العلاقة فى حالة $n=1$:

$$L.H.S=(2\times1-1)=2-1=1$$

$$R.H.S=1^2=1$$

So, $L.H.S=R.H.S$

ثانيا: نفرض صحة العلاقة فى حالة $n=k$

ثالثا: نثبت صحة العلاقة فى حالة $n=k+1$

$$1+3+5+\cdots+(2k-1)+(2(k+1)-1)$$

$$=k^2+(2(k+1)-1)$$

$$=k^2+2k+2-1=(k+1)^2$$

اجابة السؤال الثاني:

أ- أوجد الكسور الجزئية لكل من :

$$(a)\frac{2x+3}{(x-1)(x+2)}=\frac{A}{(x-1)}+\frac{B}{(x+2)}$$

$$A=\frac{5}{3},\ B=\frac{1}{3}.$$

$$(b)\frac{x}{(x^2+1)(x+5)}=\frac{A}{(x+5)}+\frac{Bx+C}{(x^2+1)}$$

باستخدام مقارنة المعاملات

$$A+B=0,\quad 5B+C=1,\quad A+5C=0$$

$$A=-\frac{5}{26},\ B=\frac{5}{26},\ C=\frac{1}{26}$$

ب- أذكر نظرية ذات الحدين:

اذا كانت x, y اعداد حقيقية ، n عدد صحيح موجب، فأن:

$$(x+y)^n=\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}x^i y^{n-i}$$

$$=y^n+\binom{n}{1}x\,y^{n-1}+\binom{n}{1}x^2y^{n-2}+.....+x^n$$

ج- باستخدام نظرية ذات الحدين اوجد مفكوك

$$(2+4x)^4=2^4(1+2x)^4=2^4[1+4(2x)+\frac{4\times3}{2!}(2x)^2+\frac{4\times3\times2}{3!}(2x)^3+(2x)^4]$$

اجابة السؤال الثالث:

أ- أكتب كل من الأعداد المركبة الآتية في الصورة القطبية

$$z=1+i$$

المقياس

$$|z|=r=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$$

السعة

$$\arg(z)=\theta=\tan^{-1}\frac{1}{1}=\frac{\pi}{4}$$

$$z=r(\cos\theta+\sin\theta)=\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})$$

$$z=1-i\sqrt{3}$$

المقياس

$$|z|=r=\sqrt{1+3}=\sqrt{4}=2$$

السعة

$$\arg(z)=\theta=\tan^{-1}-\frac{\sqrt{3}}{1}=-\frac{\pi}{3}$$

$$z=r(\cos\theta+\sin\theta)=2(\cos\frac{\pi}{3}-i\sin\frac{\pi}{3})$$

بـ- حل المعادلة

$$z^6=\sqrt{3}+i,\quad z^3=1$$

اولا:- نكتب العدد $\sqrt{3}+i$ فى الصورة القطبية:-

$$\theta=\tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\pi}{6}\ ،\ r=\sqrt{1+3}=\sqrt{4}=2$$

$$\sqrt{3}+i=2(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})$$

وحيث أن $\cos\theta,\sin\theta$ دوال دورية ودورة كل منها 2π

$$\sqrt{3}+i=2(\cos[\frac{\pi}{6}+2\pi k]+i\sin[\frac{\pi}{6}+2\pi k])$$

ولايجاد جذور z الستة:-

$$z^6=2(\cos[\frac{\pi}{6}+2\pi k]+i\sin[\frac{\pi}{6}+2\pi k])$$

$$\therefore z=2^{1/6}(\cos[\frac{\pi}{6}+2\pi k]+i\sin[\frac{\pi}{6}+2\pi k])^{1/6}$$

$$=2^{1/6}(\cos[\frac{\pi+12\pi k}{6}]+i\sin[\frac{\pi+12\pi k}{6}]),k=0,1,2,3,4,5.$$

ثانيا:- نكتب العدد 1 فى الصورة القطبية:-

$$\theta=\tan^{-1}\frac{0}{1}=0\ ،\ r=1$$

$$z^6 = 2(\cos[\frac{\pi}{6} + 2\pi k] + i\sin[\frac{\pi}{6} + 2\pi k])$$

$$\therefore z = 2^{1/6}(\cos[\frac{\pi}{6} + 2\pi k] + i\sin[\frac{\pi}{6} + 2\pi k])^{1/6}$$

$$= 2^{1/6}(\cos[\frac{\pi + 12\pi k}{6}] + i\sin[\frac{\pi + 12\pi k}{6}]), k = 0,1,2,3,4,5.$$

السؤال الرابع:(٢٠ درجة)

أ- اوجد معكوس المصفوفات الاتية ان وجد:

$$1-\begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \qquad\qquad 2-\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

اولا:-

Let

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}, \therefore |A| = 24 - 24 = 0$$

بما ان محددة المصفوفة تساوى صفر فان المصفوفة ليس لها معكوس.

ثانيا:-

Let

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}, \quad \therefore |A| = 4 - 10 = -6,$$

$$\therefore A^{-1} = -\frac{1}{6}\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$$

بـ- حل نظام المعادلات الاتية باستخدام طريقة كرامر

$$x + 2y - 3z = 0, \;\; 3x + 3y - z = 5, x - 2y + 2z = 1$$

Let

جــامعه بنــــها
كلـيه الــــعلوم
قسم الرياضيات

الزمن: ساعتان
الترم الأول
٢٠١٥/ ٢٠١٦

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & -3\\ 3 & 3 & -1\\ 1 & -2 & 2\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}0\\ 5\\ 1\end{bmatrix}, A_x=\begin{bmatrix}0 & 2 & -3\\ 5 & 3 & -1\\ 1 & -2 & 2\end{bmatrix}, A_y=\begin{bmatrix}1 & 0 & -3\\ 3 & 5 & -1\\ 1 & 1 & 2\end{bmatrix},$$

$$A_z=\begin{bmatrix}1 & 2 & 0\\ 3 & 3 & 5\\ 1 & -2 & 1\end{bmatrix}, x=\frac{|A_x|}{|A|}, y=\frac{|A_y|}{|A|}, z=\frac{|A_z|}{|A|}$$

مع أطيب التمنيات
د/هبة السيد فتحى