الفرقة الثانيةتربية تعليم أساسي – شعبة عربي
تخلفات من الفرقة الاولي
كلية التربية
الفصل الدراسى الاول 2015- 2016 م
تاريخ الامتحان: 26 / 12/ 2015

نموذج اجابة –نصف ورقة
المـــــادة: جبر (1)
اسم استاذ المادة: الدكتور/ عبدالحميد محمد عبدالحميد
– جامعة بنها – كلية العلوم – قسم الرياضيات

جامعـــــة بنهـــــــا كلـــية التربيـــــــة الفصل الدراسي الاول		المادة: أساسيات الرياضيات + جبر(1) الفرقة: الاولـي-تعليم اساســــــي عربي تاريخ الامتحان:26/ 12/ 2015

اجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الاول:[75 درجة]

1 - باستخدام الاستنتاج الرياضي أثبت أن

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

2- استخدم مفكوك ذات الحدين لإيجاد مفكوك

$$(2+4x)^4$$

3- أوجد الكسور الجزئية للدالة الكسرية

$$\frac{x-1}{(x+1)(x-3)}$$

السؤال الثانى : [50 درجة]

1- احسب قيمة العدد $(1+i\sqrt{3})^6$

2- أوجد حل المعادلات الآتية باستخدام طريقة كرامر

$$x+y+z=9$$

$$2x-3y+2z=3$$

$$3x+2y-3z=0$$

مع تمنياتي بالتوفيق د/ عبدالحميد

نموذج الاجابة

السؤال الاول:

-1

في حالة $n=1$ نجد أن

الطرف الايمن = $1^3 = 1$

الطرف الايسر = $\left[\frac{1(1+1)}{2}\right]^2 = 1$

الطرفان متساويان. إذن العلاقة صحيحة عندما $n=1$

نفرض صحة العلاقة عندما $n=k$ أي أن

$$1^3+2^3+3^3+\cdots+k^3=\left[\frac{k(k+1)}{2}\right]^2$$

ونحاول اثبات صحة العلاقة عندما $n=k+1$

$$1^3+2^3+3^3+\cdots+(k+1)^3=\left[\frac{(k+1)(k+2)}{2}\right]^2 \;??$$

$$1^3+2^3+3^3+\cdots+k^3+(k+1)^3=\left[\frac{k(k+1)}{2}\right]^2+(k+1)^3$$

$$=\left[\frac{(k+1)^2}{2}\right]\left(k^2+4k+2\right)$$

$$=\left[\frac{(k+1)(k+2)}{2}\right]^2.$$

-2

$$(2+4x)^4=(4x)^4+4(2)(4x)^3+\frac{4\cdot 3}{2!}(2)^2(4x)^2+\frac{4\cdot 3\cdot 2}{3!}(2)^3(4x)^1+(2)^4$$

$$=256x^4+512x^3+384x^2+128x+16$$

3- درجة البسط أقل من درجة المقام ، والمقام عبارة عن حاصل ضرب عوامل أولية وبالتـالي نفرض مباشرة صورة الكســور الجزئية :

$$\frac{x-1}{(x+1)(x-3)}=\frac{A}{(x+1)}+\frac{B}{(x-3)}$$

بضرب الطرفين في المقام $(x+1)(x-3)$ نحصل على

$$x-1=A(x-3)+B(x+1)$$

وللحصول على الثوابت نســـتخدم طريقـــة التعويض.

ونلاحظ أنه بالتعويض عن $x=-1$ نحصل على معادلة في A فقط

$$-1-1=A(-1-3)+B(-1+1)\Rightarrow A=1/2$$

وبالتعويض عن $x=3$ نحصل على معادلة في B فقط

$$3-1=A(3-3)+B(3+1)\Rightarrow B=1/2$$

وبالتالي يكون الناتج على الصورة

$$\frac{x-1}{(x+1)(x-3)}=\frac{1}{2(x+1)}+\frac{1}{2(x-3)}$$

السؤال الثاني :

1- بكتابة العدد $z=1+i\sqrt{3}$ في الصورة القطبية نجد أن

$$r=|z|=\sqrt{1+3}=2 \quad , \quad \theta=\arg z=\tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{1}=\frac{\pi}{3}$$

$$\therefore z=r(\cos\theta+i\sin\theta)=2(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})$$

وبالتالي من نظرية دي موافر يكون المطلوب هو

$$z^6=2^6\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)^6=2^6(\cos 2\pi+i\sin 2\pi)$$

$$\therefore\ z^6=2^6$$

حيث أن

$$\cos 2\pi=1 \quad , \quad \sin 2\pi=0$$

-2

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 3 & 2 & -3 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} - (1)\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 1(5) - 1\times(-12) + 1\times(13) = 30 \neq 0$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 9 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \end{vmatrix} = 9\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 9(5) - 1\times(-9) + 1\times 6 = 60$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 9 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & -3 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} - 9\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 1(-9) - 9\times(-12) + 1\times(-9) = 90$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 9 \\ 2 & -3 & 3 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} -3 & 3 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} - (1)\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} + 9\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 1(-6) - 1\times(-9) + 9\times(13) = 120$$

وباستخدام طريقة كرامر نجد أن

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{60}{30} = 2$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{90}{30} = 3$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{120}{30} = 4$$