جامعة بنها – كلية التربيه

امتحان أولى اساسى لـــ

شعبة علوم

يوم الامتحان: الخميس 14 / 1 / 2016 م

المادة : أساسيات الرياضيات & جبر

نموذج ماده: الجبر (نصف ورقة)

الممتحن: د . / عصام محسن عبدالحميد عواد

مدرس بقسم الرياضيات بكلية العلوم

اسئله + نموذج إجابه

نصف ورقة

أساسيات الرياضيات & جبر ــ لطلاب الفرقة الأولى

تربية أساسى (شعبة علوم) ــ كلية التربية

اختبار الجبر

اجب عن الأسئلة الآتية:-

السؤال الثالث :-

1- أثبت صحة العلاقة التالية

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n}=1-\frac{1}{2^n}$$

لجميع قيم n الصحيحة الموجبة.

2 - أوجد الكسور الجزئية للمقدار التالى

$$\frac{x^2+x+2}{x^3-x^2-x+1}$$

السؤال الرابع :-

1- أوجد قيمة k بحيث تكون مجموعة المعادلات

$$\begin{aligned} x+(k+1)y+1&=0\\ 2kx+5y-3&=0\\ 3x+7y+1&=0 \end{aligned}$$

متوافقة.

2- أستخدم مفكوك ذات الحدين لإيجاد الأربع حدود الأولى من المفكوك

$$\sqrt{1-x}$$

ثم أوجد قيمة تقريبية للمقدار $\sqrt{0.97}$.

مع أطيب التمنيات بالنجاح والتوفيق

إجابة السؤال الثالث

1- فـي حالـة $n=1$ فـإن الطـرف الأيسـر يسـاوي $1/2$ والطـرف الأيمـن يسـاوي $1-(1/2)=1/2$ أي أن العلاقة صحيحة عندما $n=1$.

2- نفرض صحة العلاقة المعطاة عندما $n=k$ أي أن

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^k}=1-\frac{1}{2^k} \qquad (1)$$

لإثبات أن العلاقة صحيحة عندما $n=k+1$ نضيف الحد $1/2^{k+1}$ إلى طرفي العلاقة (1) نحصل على

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^k}+\frac{1}{2^{k+1}}=1-\frac{1}{2^k}+\frac{1}{2^{k+1}}$$

$$=1-\frac{1}{2^k}\left[1-\frac{1}{2}\right]=1-\frac{1}{2^k}\left[\frac{1}{2}\right]=1-\frac{1}{2^{k+1}}$$

أي أن العلاقة صحيحة عندما $n=k+1$. أي أن العلاقة صحيحة لجميع قيم n.

2- درجة البسط اقل من درجة المقام ولكن كثيرة الحدود الموجودة في المقام غير أولية ، وبالتالي نحتاج إلى تحليلها إلى عواملها الأولية. بالبحث في عوامل الحد المطلق (وهي ± 1) عن صفر لكثيرة الحدود نجد أن $x=1$ صفر من أصفار المقام وبالتالي نقسم x^3-x^2-x+1 على $x-1$ وينتج من خارج القسمة أن

$$x^3-x^2-x+1=(x-1)(x^2-1)=(x-1)^2(x+1)$$

وتكون صورة الكسور الجزئية هي

$$\frac{x^2+x+2}{x^3-x^2-x+1}=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{x-1}+\frac{C}{(x-1)^2}$$

بضرب الطرفين في المقام نحصل على

$$x^2+x+2=A(x-1)^2+B(x^2-1)+C(x+1)$$

بوضع $x=-1$ نحصل مباشرة على قيمة $A=1/2$ وبوضع $x=1$ نجد أن $C=2$ وللحصول على قيمة B نستخدم طريقة مساواة المعاملات

$$x^2+x+2=A(x-1)^2+B(x^2-1)+C(x+1)$$

$$=(A+B)x^2+(-2A+C)x+(A-B+C)$$

بمساواة معامل x^2 في الطرفين نحصل على

$$1=A+B\Rightarrow\therefore B=1/2$$

وبالتالي يكون الناتج على الصورة :

$$\frac{x^2+x+2}{x^3-x^2-x+1}=\frac{1}{2(x+1)}+\frac{1}{2(x-1)}+\frac{2}{(x-1)^2}$$

إجابة السؤال االرابع

1- المجموعة المعطاة متوافقة عندما

$$\begin{vmatrix} 1 & k+1 & 1 \\ 2k & 5 & -3 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\therefore (5+21)-(k+1)(2k+9)+(14k-15)=0$$

$$\therefore 26-2k^2-11k-9+14k-15=0$$

$$\therefore 2k^2-3k-2=0$$

$$\therefore (2k+1)(k-2)=0$$

$$\therefore k=2 \quad , \quad k=-1/2$$

2) $\sqrt{1-x} = (1-x)^{1/2} = 1+\binom{1}{2}(-x)+\frac{\binom{1}{2}\binom{-1}{2}}{2!}(-x)^2+\frac{\binom{1}{2}\binom{-1}{2}\binom{-3}{2}}{3!}(-x)^3+\cdots$

$$=1-\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}x^2-\frac{1}{16}x^3+\cdots$$

وفترة x التي يكون فيها المفكوك صحيحاً هي :

$$|-x|<1 \Rightarrow |x|<1 \Rightarrow -1<x<1$$

$$\therefore \quad \sqrt{0.97} = \sqrt{1-0.03} = (1-0.03)^{1/2}$$

$$=1-\frac{1}{2}(0.03)-\frac{1}{8}(0.03)^2-\frac{1}{16}(0.03)^3+\cdots$$

$$=1-\frac{1}{2}(0.03)-\frac{1}{8}(0.0009)-\frac{1}{16}(0.0000009)+\cdots$$

$$=0.984885$$

انتهت الاجابه