جامعة بنها- كلية التربية **الفرقة : الثالثة فيزياء**

نموذج اجابة امتحان نهاية الفصل الدراسي الأول المادة:معادلات تفاضلية جزئية ودوال خاصة الزمن : ساعتين

اجابة السؤال الأول

-1 لحل المعادلة $(x^2-y^2-z^2)p+2xyq=2xz$

$$\frac{dx}{x^2-y^2-z^2}=\frac{dy}{2xy}=\frac{dz}{2xz}$$

$$\frac{dy}{2xy}=\frac{dz}{2xz}\rightarrow lny-lnz=lnc_1\rightarrow\frac{y}{z}=c_1$$

$$\frac{xdx}{x(x^2-y^2-z^2)}=\frac{ydy}{2xy^2}=\frac{zdz}{2xz^2}\rightarrow\frac{xdx+ydy+zdz}{x(x^2+y^2+z^2)}=\frac{dz}{2xz}\rightarrow$$

$$ln(x^2+y^2+z^2)-lnz=lnc_2\rightarrow\frac{(x^2+y^2+z^2)}{z}=c_2$$

$$\varphi\left(\frac{y}{z},\frac{(x^2+y^2+z^2)}{z}\right)=0$$

-2 **لحل المعادلة** $(D_x^2-3D_xD_y+2D_y^2)z=e^{2x+3y}+sin(3x-y)$

$$m^2-3m+2=0\rightarrow(m-1)(m-2)=0\rightarrow m=1,m=2$$

$$z_h=\varphi_1(y+x)+\varphi_2(y+2x)$$

$$z_p=\frac{1}{(D_x-2D_y)(D_x-D_y)}e^{2x+3y}+\frac{1}{(D_x^2-3D_xD_y+2D_y^2)}sin(3x-y)$$

$$z_p=\frac{1}{4}e^{2x+3y}-\frac{1}{2}sin(3x-y)$$

$$z=\varphi_1(y+x)+\varphi_2(y+2x)+\frac{1}{4}e^{2x+3y}-\frac{1}{2}sin(3x-y)$$

-٣ لحل المعادلة $3\frac{\partial u}{\partial x}+2\frac{\partial u}{\partial y}=0$ مع الشرط $u(x,0)=4e^{-x}$

نفرض أن $u(x,y)=X(x)Y(y)$

$$\therefore 3\frac{\partial u}{\partial x}=-2\frac{\partial u}{\partial y}\rightarrow 3X'Y=-2XY'=k\ ;\ k$$ ثابت

$$3\frac{X'}{X}=-2\frac{Y'}{Y}=K\rightarrow\frac{dX}{X}=\frac{k}{3}dx\rightarrow lnX=\frac{k}{3}x+lnA\rightarrow$$

$$X=Ae^{\frac{kx}{3}}\ ,\ \frac{dY}{Y}=-\frac{1}{2}kdy\rightarrow lnY=-\frac{1}{2}ky+lnB\rightarrow$$

$$Y=Be^{-\frac{ky}{2}}\rightarrow u(x,y)=Ee^{\frac{2kx-3ky}{6}}$$

من الشرط $u(x,0)=4e^{-x}\leftarrow E=4,k=-3\leftarrow u(x,y)=4e^{\frac{(3y-2x)}{2}}$

اجابة السؤال الثاني

-**لإيجاد** المعادلة التي حلها هو$z=c_1\mathbf{cosx}+\mathbf{c_2siny}$

$$z_x=-c_1sinx\rightarrow z_{xx}=-c_1cosx\ ,z_y=c_2cosy\rightarrow z_{yy}=-c_2siny$$

$$z_{xx}+z_{yy}=-z$$

2-لإثبات أن $u=f(2x+y)+g(2x-y)$هو حل للمعادلة التفاضلية

$$u_{xx}-4u_{yy}=0$$

$$u_x=2f'(2x+y)+2g'(2x-y),u_{xx}=4f''+4g''$$

$$u_y=f'-g',\qquad u_{yy}=f''+g''$$

$$\therefore u_{xx}-4u_{yy}=0$$

3-رتبة ودرجة المعادلة التفاضلية

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+(\frac{\partial^3 u}{\partial y^3})^2+(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2})^3=sinx$$

الرتبة الثالثة والدرجة الثانية

اجابة السؤال الثالث: نفرض أن

-1 $x^3=t\rightarrow x=t^{1/3}\rightarrow dx=\frac{1}{3}t^{-\frac{2}{3}}dt\rightarrow$

$$\therefore\int_0^\infty e^{-x^3}\sqrt{x}\ dx=\frac{1}{3}\int_0^\infty e^{-t}\,t^{-\frac{1}{2}}dt=\frac{1}{3}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{\pi}}{3}$$

2- $\Psi(x+1)-\Psi(x)=\pi cot\pi x$

$$\Gamma(x)\Gamma(1-x)=\frac{\pi}{sin\pi x}$$

$$\log\Gamma(x)+\log\Gamma(1-x)=\log\pi-\log(\sin\pi x)$$

$$\frac{\Gamma'(x)}{\Gamma(x)}-\frac{\Gamma'(1-x)}{\Gamma(1-x)}=-\frac{\pi\cos\pi x}{\sin\pi x}$$

$$\therefore \Psi(1-x)-\Psi(x)=\pi\cot\pi x$$

3 – أوجد قيمة التكامل $\int_0^1 \sqrt{1-x^3}\; x^2dx$ **باستخدام دالة بيتا**

$$x=\sin^{\frac{2}{3}}\theta \rightarrow dx=\frac{2}{3}\sin^{\frac{-1}{3}}\theta\cos\theta d\theta$$

$$\frac{2}{3}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\theta\cos^2\theta d\theta=\frac{1}{3}\beta\left(1,\frac{3}{2}\right)=\frac{\Gamma(1)\Gamma(\frac{3}{2})}{\Gamma(\frac{5}{2})}=\frac{2}{9}$$

انتهت الإجابة

تمنياتي لكم بالتوفيق

د. منى الدريني