

جامعة بنها
كلية العلوم / قسم الفيزياء
أختبار دور يناير ٢٠١٥ مادة فيزياء الكم والنسبية الخاصة
الفرقة الثالثة "طلاب شعبة الفيزياء كلية التربية"
نموذج إجابة أختبار مادة فيزياء الكم دور يناير ٢٠١٥

زمن الأختبار (ساعتان)

أستاذ المادة: أ.د. حسن عمر محمد نافع أستاذ الفيزياء كلية العلوم جامعة بنها

أجابة السؤال الأول

أ) الطاقة المتوسطة تعطي بالعلاقة: $\langle E \rangle = \langle \psi | \hat{H} | \psi \rangle =$
إذن الطاقة المتوسطة:

$$\langle \psi | \hat{H} | \psi \rangle = \frac{2E_0}{15} \langle \mathcal{G}_1 | \mathcal{G}_1 \rangle + \frac{4x2E_0}{15} \langle \mathcal{G}_2 | \mathcal{G}_2 \rangle + \frac{6x3E_0}{15} \langle \mathcal{G}_3 | \mathcal{G}_3 \rangle + \frac{3x4E_0}{15} \langle \mathcal{G}_4 | \mathcal{G}_4 \rangle$$

$$\therefore \langle \mathcal{G}_i | \mathcal{G}_i \rangle = 1 \quad \text{and} \quad \langle \mathcal{G}_i | \mathcal{G}_j \rangle = 0 \quad \text{for } i \neq j$$

$$\therefore \langle \psi | \hat{H} | \psi \rangle = \frac{2E_0}{15} + \frac{4x2E_0}{15} + \frac{6x3E_0}{15} + \frac{3x4E_0}{15} = \frac{40}{15} E_0 = 2.66E_0$$

=

ب- احتمالية تواجد الجسيم في المدى (a,b) تعطي بالعلاقة :

$$P(a,b) = \int_a^b \psi^* \psi dx$$

$$\int_0^L \frac{2}{L} \sin^2 \left(\frac{\pi x}{L} \right) dx \quad \text{put } \theta = \left(\frac{\pi x}{L} \right) \quad \text{at } x=0 \quad \theta=0$$

$$\text{and at } x=L \quad \theta = \pi \quad \text{and } dx = \frac{L}{\pi} d\theta$$

أ) إذن

substitute in the previous Equation one gets

$$P(0,L) = \frac{2}{L} \frac{L}{\pi} \frac{1}{2} \int_0^\pi (1 - \cos 2\theta) d\theta = \frac{1}{\pi} (\pi - 0) = 1$$

ب) بالمثل P(0, 0.5L) تعطي بالعلاقة:

$$\int_0^{0.5L} \frac{2}{L} \sin^2 \left(\frac{\pi x}{L} \right) dx \quad \text{put } \theta = \left(\frac{\pi x}{L} \right) \quad \text{at } x=0 \quad \theta=0$$

$$\text{and at } x=0.5L \quad \theta = \frac{\pi}{2} \quad \text{and } dx = \frac{L}{\pi} d\theta$$

substitute in the previous Equation one gets

$$P(0,0.5L) = \frac{2}{L} \frac{L}{\pi} \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 2\theta) d\theta = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - 0 \right) = \frac{1}{2}$$

٣-أ) القيمة المتوقعة أو المتوسط لأية كمية فيزيائية A تعطي بالعلاقة:

$$\langle A \rangle = \langle \psi | \hat{A} | \psi \rangle$$

$$a) \langle x \rangle = \frac{2}{L} \int_0^L x \sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right) dx \quad \text{Put } y = \frac{\pi}{L} x \quad dx = \frac{L}{\pi} dy \quad \text{at } x=0 \quad y=0 \quad \text{and } \text{at } x=L \quad y=\pi$$

$$\text{substitute in } \int y \sin^2(y) dy = \frac{y^2}{4} - \frac{1}{4} y \sin(2y) - \frac{\cos(2y)}{4} + \text{constant}$$

$$\text{Then } \langle x \rangle = \frac{2}{L} \int_0^L x \sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right) dx = \frac{2}{L} \left(\frac{L}{\pi}\right)^2 \left[\frac{y^2}{4} - \frac{1}{4} y \sin(2y) - \frac{\cos(2y)}{4} \right]_0^\pi = \frac{L}{2}$$

بالمثل فإن $\langle \hat{P} \rangle$ تعطي كالاتي:

$$b) \langle \hat{P} \rangle = \frac{2}{L} \int_0^L \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \left(\frac{-i\hbar \partial}{\partial x} \right) \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) dx =$$

$$= \frac{2}{L} \left(\frac{-i\hbar \pi}{L} \right) \int_0^L \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) dx = \frac{-i\hbar \pi 2}{L^2} \left[\frac{L}{\pi} \sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right) \right]_0^L = 0$$

ب) أحسب التعبير النهائي للمؤثرات التالية:

$$1) \left(\frac{d}{dx} x \right) \psi = \frac{d}{dx} (x\psi) = x \frac{d\psi}{dx} + \psi$$

Then the final effect of the operator is $x \frac{d}{dx} + 1$

$$2) \left(\frac{d}{dx} + x \right)^2 = \left(\frac{d}{dx} + x \right) \left(\frac{d}{dx} + x \right) = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d}{dx} x + x \frac{d}{dx} + x^2$$

From the previous result one gets

$$\left(\frac{d}{dx} + x \right)^2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d}{dx} x + x \frac{d}{dx} + x^2 = \frac{d^2}{dx^2} + \left(x \frac{d}{dx} + 1 \right) + x \frac{d}{dx} + x^2 =$$

$$= \frac{d^2}{dx^2} + 2x \frac{d}{dx} + x^2 + 1$$

$$3) \left(x \frac{d}{dx} \right)^2 = \left(x \frac{d}{dx} \right) \left(x \frac{d}{dx} \right) = \left(x \frac{d}{dx} x \frac{d}{dx} \right) = x \left(\frac{d}{dx} \right) + x^2 \frac{d^2}{dx^2}$$