جامعة بنها – كلية التربية - الفصل الدراسي الأول للعام ٢٠١٤/٢٠١٥

امتحان الفرقة الثالثة (لائحة جديدة) تربية عام – شعبة رياضيات

المادة / كهربية ساكنة + ديناميكا الجسم الجاسئ **الزمن / ساعتان**

الكهربية الساكنة (الدرجات موزعة بالتساوى)

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول

أذكر خمسة خواص من خواص الموصلات ٠ وإذا كان هناك ثلاث شرائح كروية الشكل متحدة المركز أنصاف أقطارها a,b,c بحيث أن $a<b<c$ ٠ إذا كانت الشريحة الداخلية التي نصف قطرها c متصلة بالأرض والشريحة الخارجية التي نصف قطرها a أيضا متصلة بالأرض بينما الشريحة الوسطى تحمل شحنة مقدارها e ٠ بين كيف تتوزع الشحنة e على السطح الداخلي والخارجي للشريحة الكروية الوسطى ٠

السؤال الثاني

أ- أوجد معادلة خطوط القوى لمجموعة من الشحنات موضوعة على استقامة واحدة ٠

ب- شحنتان $e,-e$ موضوعتان عند النقطتين A,B على الترتيب ٠ إذا كان خط القوة الخارج من النقطة A وصانعاً زاوية α مع AB يلاقي المستوى الذي يقطع وينصف AB ويتعامد علية في النقطة P ٠ أثبت أن

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\sqrt{2}\,\sin\frac{P\hat{A}B}{2}$$

السؤال الثالث

أ- أوجد المجال الكهربي الناشئ عن موصل كروي نصف قطره a ويحمل شحنة مقدارها e عند نقطة تبعد مسافة r من مركزه حيث $r>a$ ثم أوجد الجهد الناشئ عن هذا الموصل عند نقطة خارجة ونقطة داخله ونقطة على سطحه ٠

ب- أوجد الجهد باستخدام الإحداثيات الكارتيزية لسطحين موصلين بالأرض موضوعين عند $y=0\,,\,y=b$ والمسافة بينهما b ٠

مع أطيب التمنيات بالنجاح **أنظر ورقة إختبار ديناميكا الجسم الجاسئ**

إجابة اختبار مادة الكهربيه الساكنه للفرقة الثالثة (لائحة جديدة) تربية عام - كلية التربية شعبة رياضيات العام الدراسي ٢٠١٤/ ٢٠١٥ الفصل الدراسي الأول تاريخ الاختبار السبت الموافق ٢٠١٤/١٢/٢٧ (نصف ورقه امتحانيه)

أستاذ المادة د/ مجدي مصطفى حسين كلية العلوم قسم الرياضيات – جامعة بنها

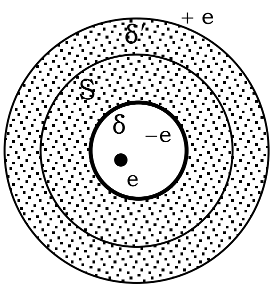
إجابة السؤال الاول :

خمس خواص من خواص الموصلات هي

١- شدة المجال الكهربي عند أي نقطة تقع داخل الموصل تنعدم أي أن $\underline{E}=0$ ،

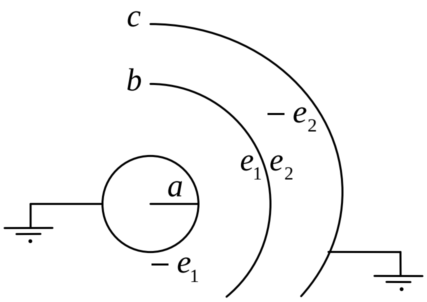
٢- عند جميع النقط على سطح الموصل المركبة العمودية للمجال الكهربي لا تنعدم أي أن $E=E_n\neq 0$ والمركبة المماسية تنعدم أي أن $E_\tau=0$ ،

٣- إذا رسم سطح مغلق $\sum$ داخل الموصل ولا يمر بأي فراغ يقع داخله وحيث أن المجال الكهربي داخل الموصل ينعدم أي أن $E=0$ لذلك ينعدم المجال عند أي نقطة من السطح $\sum$ ، ولكن من معادلة بواسون $\nabla\cdot\underline{E}=4\pi\rho$ ينتج أن كثافة الشحنة داخل السطح $\sum$ تساوي الصفر أي أن $\rho=0$ ويمكن جعل السطح $\sum$ أصغر ما يمكن ونجد أن الشحنة داخله تنعدم ز مما سبق نستنتج أن الشحنة الكلية للموصل تتركز على سطحه ،



٤- بما أن $E=0$ عند أن نقطة داخل الموصل ولكن $\underline{E}=-\nabla V$ نستنتج من ذلك أن جميع النقط داخل الموصل تحمل نفس الجهد ،

٥- خط القوة لا يبدأ وينتهي إلى نفس الموصل وذلك لأن الجهد ثابت على الموصل لأن المركبة المماسية للمجال الكهربي على سطح الموصل وبالتالي يكون الموصل سطح متساوي الجهد تعدم ،



* بما أن الشريحة الداخلية التي نصف قطرها a متصلة بالأرض إذن الشحنة على سطحها الخارجي تنعدم أي تساوي الصفر ، نفرض أن تتوزع إلى الشحنات e_1,e_2 على السطحين الداخلي والخارجي للشريحة الوسطى على الترتيب ،بما أن الشحنة داخل الشريحة الوسطى تنعدم (من خواص الموصلات)

إذن يجب أن تتكون شحنة $-e_1$ على السطح الخارجي للشريحة الصغرى وأيضاً بما أن الشحنة الكلية داخل الشريحة الكبرى تنعدم إذن يجب أن تتكون شحنة مقدارها $-e_2$ على السطح الداخلي للشريحة الكبرى ،

$$\therefore\ e_1+e_2=e \qquad \text{(a)}$$

الجهد الناشئ عن الشحنة e عند أي نقطة داخل الشريحة الوسطى يساوي e/b ، والجهد الناشئ عن الشحنة $(-e_2)$ عند أي نقطة داخل الشريحة الكبرى يساوي $-e_2/c$ ، إذن الجهد عند أي نقطة داخل الشريحة الصغرى يساوي مجموع الجهود أي

$$-\frac{e_1}{a}+\frac{e}{b}-\frac{e_2}{c}$$

ولكن الشريحة الصغرى متصلة بالأرض ينتج من ذلك أن الجهد داخلها ينعدم أي أن

$$-\frac{e_1}{a}+\frac{e}{b}-\frac{e_2}{c}=0 \qquad \text{(b)}$$

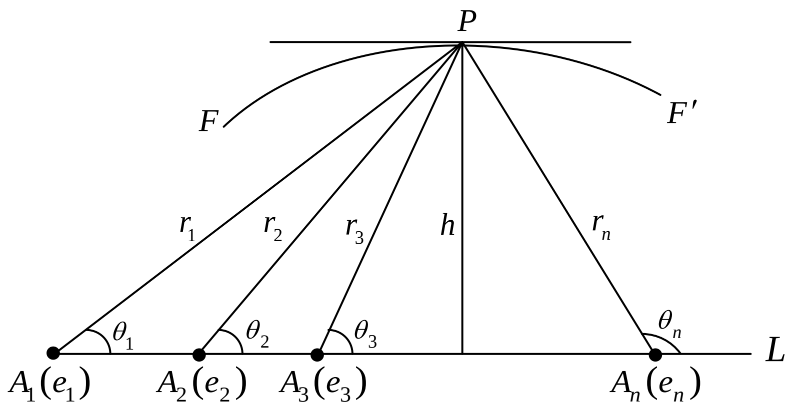
من المعادلتين (a),(b) ينتج أن

$$e_1=\frac{a\,e_2(c-b)}{c(b-a)}$$

بالتعويض في المعادلة (a) ينتج أن

$$e_2+\frac{a\,e_2(c-b)}{c(b-a)}=e \quad \Rightarrow \quad \therefore e_2=\frac{c\,e(b-a)}{b(c-a)} \quad \Rightarrow \quad \therefore e_1=\frac{a\,e(c-b)}{b(c-a)}$$

إجابة السؤال الثاني :



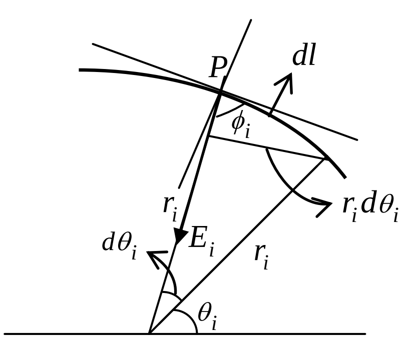
أ- نفرض أن مجموعة من الشحنات $e_1, e_2, \dots, e_n$ موضوعة عند النقط $A_1, A_2, \dots, A_n$ ونفرض أن P نقطة تقع على خط القوى FF' ٠نفرض أن $r_1, r_2, \dots, r_n$ هي أبعاد النقطة P عن $A_1, A_2, \dots, A_n$ ويصنعوا زوايا $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ مع L ٠ شدة المجال الناتج عن كل من الشحنات $e_1, e_2, \dots, e_n$ عند النقطة P هي على الترتيب

$$\frac{e_1}{r_1^3}\,\underline{r_1}\,,\ \frac{e_2}{r_2^3}\,\underline{r_2}\,,\ \frac{e_3}{r_3^3}\,\underline{r_3}\,,\ \dots,\ \frac{e_n}{r_n^3}\,\underline{r_n} \qquad (1)$$

إذن شدة المجال الكلي $\underline{E}$ عند النقطة P تساوي

$$\underline{E}=\sum_{i=1}^{n}\frac{e_i}{r_i^3}\,\underline{r_i} \qquad (2)$$

بما أن FF' هو خط للقوى إذن شدة المجال تكون في اتجاه المماس ٠ أي أن مركبة شدة المجال في الاتجاه العمودي على المماس تنعدم أي أن



$$\sum_{i=1}^{n}\frac{e_i}{r_i^2}\sin\phi_i=0 \qquad (3)$$

حيث ϕ_i هي الزاوية التي يصنعها المماس عند النقطة P مع r_i ٠ ولكن

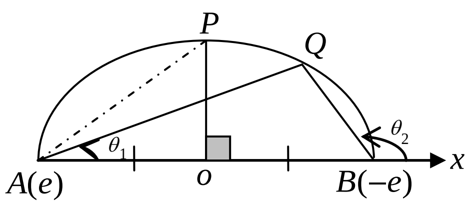
$$\sin\phi_i=\frac{r_i\,d\theta_i}{dl} \qquad , \qquad \sin\theta_i=\frac{h}{r_i}$$

بالتعويض في المعادلة (3) نحصل على

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{e_i}{r_i^2} \cdot r_i \frac{d\theta_i}{dl} = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \sum_{i=1}^{n} \frac{e_i}{r_i} \cdot \frac{d\theta_i}{dl} = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum_{i=1}^{n} \frac{e_i}{h} \sin\theta_i \frac{d\theta_i}{dl} = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum_{i=1}^{n} e_i \, \frac{d}{dl}(\cos\theta_i) = 0$$

$$\therefore \sum_{i=1}^{n} e_i \, \cos\theta_i = const. \qquad (4)$$

والمعادلة (4) هي معادلة خطوط القوى الناتجة عن مجموعة من الشحنات عددها n موضوعة على استقامة واحدة ·



ب- نفرض أن Q أي نقطة على خط القوة ونفرض أن $\theta_2 = \angle XBQ$ ، $\theta_1 = \angle BAQ$ إذن من الفـــرض عندمـــا $Q \to A, \theta_1 \to \alpha$ فإن $\theta_2 \to \pi$ · معادلة خط القوة هي

$$e\cos\theta_1 - e\cos\theta_2 = c \qquad (c \quad is\ a\ const.) \qquad (a)$$

باستخدام الشروط عندمـــا $Q \to A, \theta_1 \to \alpha$ فإن $\theta_2 \to \pi$ نحصل على $e\cos\alpha + e = c$ وبالتعويض عن قيمة c ينتج أن

$$e\cos\theta_1 - e\cos\theta_2 = e\cos\alpha + e$$

$$\therefore \ \cos\theta_1 - \cos\theta_2 = \cos\alpha + 1 = 2\cos^2(\alpha/2) \qquad (b)$$

عند النقطة P التي تقع على المستوى الذي ينصف AB ويتعامد عليه ، تكون $\theta_1 = \angle PAB = \beta \quad say, \theta_2 = \pi - \beta$ لذلك تصبح المعادلة (b) على الصورة

$$\cos\beta - \cos(\pi - \beta) = \cos\alpha + 1$$

$$2\cos\beta = \cos\alpha + 1 \qquad (c)$$

$$\therefore 2\left(1 - 2\sin^2\frac{\beta}{2}\right) = 1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2} + 1 \quad \Rightarrow \quad \therefore \sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{2}\,\sin\frac{\beta}{2}$$

إجابة السؤال الثالث :

أ- نفرض أن هناك موصل كروي نصف قطرة a ويحمل شحنة كهربية مقدارها e · إذا كانت σ هي كثافة الشحنة السطحية للموصل أي أن

$$\sigma = \frac{e}{4\pi a^2}$$

من هذه المعادلة نستنتج أن الموصل الكروي يكون منتظم الشحنة · من تماثل الموصل الكروي نجد أن اتجاه المجال الكهربي في اتجاه نصف القطر وخارجاً من السطح ويكون له نفس القيمة عند جميع نقط سطح الموصل الكروي · الفيض الكلي الناشئ من المجال E عبر سطح موصل كروي نصف قطره r وخارجاً منه يساوي

$$\iint \underline{E} \cdot \underline{ds} = 4\pi r^2 E \qquad (1)$$

ولكن من نظرية جاوس

$$\iint \underline{E} \cdot \underline{ds} = 4\pi e \qquad (2)$$

من المعادلة (1),(2) نحصل على

$$E = \frac{e}{r^2} \tag{3}$$

وهذه المعادلة تبين أن المجال الكهربي الناشئ عن الموصل الكروي الذي يحمل شحنة كهربية e هو نفسه المجال الناشئ كما لو كانت الشحنة e موضوعة عند مركز الموصل الكروي . ولحساب الجهد الناشئ عن الموصل الكروي عند نقطة تبعد مسافة r عن مركز الموصل الكروي الذي نصف قطره a هناك ثلاثة حالات الأولى عندما تكون $r > a$ والثانية عندما $r = a$ والثالثة عندما $r < a$.

<u>أولاً :</u> عندما $r > a$

من تعريف الجهد على أنه الشغل الذي يبذل بواسطة المجال لنقل وحدة الشحنات من المسافة r إلى ∞

$$\therefore V = \int_r^\infty \underline{E} \cdot \underline{dr} = \int_r^\infty \frac{e}{r^2}\, dr = \frac{e}{r}$$

<u>ثانياً :</u> عندما $r = a$

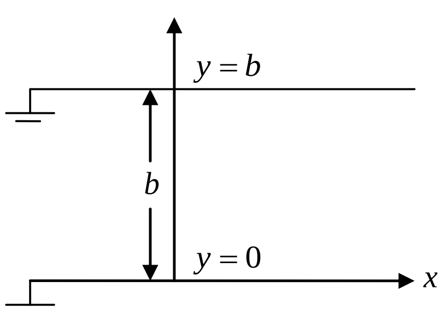
بالتعويض في المعادلة السابقة عن $r = a$ نجد أن الجهد عند أي نقطة على سطح الموصل عبارة عن

$$V = \frac{e}{a}$$

<u>ثالثاً :</u> عندما $r < a$

بما أن المجال الكهروستاتيكي داخل الموصل ينعدم ، إذن الجهد عند أي نقطة داخل هذا الموصل يكون ثابتاً وبما أن الجهد عند أي نقطة على سطح الموصل يساوي $V = e/a$ وحيث أنه يجب أن تكون جميع نقط الموصل تحمل نفس الجهد سواء كانت النقطة تقع على سطحه أم في داخله . إذن الجهد عند أي نقطة داخل الموصل يساوي $V = e/a$

<u>ب-</u> باستخدام الإحداثيات الكارتيزية وبما أن



$$\nabla^2 V = 0 \tag{1}$$

وحـــيث أن الجهد يعتمد على المتغيرين x, y فقط

$$\therefore \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0 \tag{2}$$

نفرض أن

$$V(x, y) = X(x)\, Y(y) \tag{3}$$

بالتعويض في المعادلة (2) ينتج أن

$$Y \frac{d^2 X}{dx^2} + X \frac{d^2 Y}{dy^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore \frac{1}{X}\frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y}\frac{d^2 Y}{dy^2} = 0 \tag{4}$$

في المعادلة (4) نفرض أن

$$\frac{1}{Y}\frac{d^2 Y}{dy^2} = -n^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2 Y}{dy^2} = -n^2 Y \tag{5}$$

وبالتالي نحصل على

$$\frac{d^2X}{dx^2}=n^2X \tag{6}$$

الحل العام للمعادلة (5) على الصورة

$$Y=A\sin ny+B\cos ny \tag{7}$$

والحل العام للمعادلة (6) على الصورة

$$X=Ce^{nx}+De^{-nx} \tag{8}$$

حيث أن الشروط الابتدائية هي $y=0, y=b \quad at \quad V=0$ ، $x=\pm\infty \quad at \quad V=0$ ، وباستخدام الشرط الحدي الأول نجد أن

$$B=0 \quad , \quad n=k\pi/b$$

حيث k عدد صحيح ، وبذلك يكون الحل العام لمعادلة لابلاس على الصورة

$$V_1=\sum_{k=1}^{\infty} A_k\, e^{\frac{k\pi}{b}x}\sin\frac{k\pi}{b}y \qquad -\infty<x<0$$

$$V_2=\sum_{k=1}^{\infty} B_k\, e^{-\frac{k\pi}{b}x}\sin\frac{k\pi}{b}y \qquad 0<x<\infty$$