جامعة بنها
كليه الـــــعلوم
قسم الرياضيات

الزمن : ٣ ساعات
الترم : الأول
التاريخ: ٥-١-١٥

إجابـــــــــــــــــة

أمتحان مادة الجبر للفرقة الثالثة تربية أساسى (نظام قديم)

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول:

*عرف المجموعة المكملة، أذكر قانوني ديمورجان ثم أثبت أن

$$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

*ماالمقصود بعلاقة التكافؤ واذا كانت R علاقة علي NxN معرفة كالآتي

1) (a,b) R (c,d) <=> a+d = b+c

2) (a,b) R (c,d) <=> a.d = b.c

أثبت أن R علاقة تكافؤ علي NxN وأوجد الفصول التكافئية

[(2,2)] , [(2,5)]

السؤال الثاني:

*إذا كانت ρ علاقة تكافؤ علي المجموعة X فأثبت أن

i) $a \in [a]$, V $a \in X$
ii) [x]=[y] <==> x ρ y
iii) [x] ≠[y] ==> [x] ∩ [y] =φ

*إذا كان

f: N → N , f(n) = 2n+5 V n Є N

g: N → N , g(n) = $2n^2$+1 V n Є N

أوجد fog, gof

السؤال الثالث:

*بين أن علاقة $\leq$ المعرفة علي N هي علاقة ترتيب كلي.

* بين نوع التطبيقات الآتية من حيث كونها أحادية، شاملة

1) f: R→ R , f(x) = sinx , V x Є R
2) f: Z→ Z , f(x) = 2x , V x Є Z

الإجابـــــــــــــــة

السؤال الأول

*عرف المجموعة المكملة، أذكر قانوني ديمورجان ثم أثبت أن

$$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

الحـــــــــــــــــل:

$$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B} \quad , \quad \overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B} .$$

$$\overline{(A\cup B)} = \{x / x \notin (A\cup B)\} = \{x / x \notin A \wedge x \notin B\}$$
$$= \{x / x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B}\}$$
$$= \overline{A} \cap \overline{B}$$

***بين أن علاقة $\leq$ المعرفة علي N هي علاقة ترتيب كلي.**

الحـــــــــــــــــــل:

1) V n ϵ N then n=n i.e n ≤ n العلاقة عاكسة

2) n ≤ m and m ≤ n → n = m العلاقة متخالفة

3) n ≤ m , m ≤ l → n = l العلاقة ناقلة

4) كل عنصرين مترابطين

أي أن العلاقة $\leq$ المعرفة علي N هي علاقة ترتيب كلي.

***ماالمقصود بعلاقة التكافؤ واذا كانت *R* علاقة علي NxN معرفة كالآتي**

1) (a,b) R (c,d) <=> a+d = b+c

2) (a,b) R (c,d) <=> a.d = b.c

أثبت أن *R* علاقة تكافؤ علي NxN وأوجد الفصول التكافئية

[(2,2)] , [(2,5)]

الحـــــــــــــــــــل:

1) V (a,b) ϵ NxN => a+b = b+a => (a,b) R (a,b)

أي أن Rغلاقة عاكسة

٢) V (a,b) R (c,d) => a+d = b+c

i.e c+b =d+a i.e (c,d) R (a,b) أي أن العلاقة متماثلة

3) if (a,b) R (c,d) and (c,d) R (s,r) => (a,b) R (s,r)

أي أن العلاقة ناقلة

إذا Rعلاقة تكافئ

جامعة بنها
كليه الـــــعلوم
قسم الرياضيات

الزمن : ٣ ساعات
الترم : الأول
التاريخ: ٥-١-١٥

وفصول التكافئ هي

$[(2,2)] = \{ (x,y) \in NxN;\ (x,y)\ R\ (1,1) \}$
$= \{ (x,y) \in NxN;\ (x+1 = y+1) \}$
$= \{ (x,y) \in NxN;\ (x= y) \}$

$\{ (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), ...\}$

$[(2,5)] = \{ (x,y) \in NxN;\ (x,y)\ R\ (2,5) \}$

$= \{(x,y) \in NxN;\ x+5=y+2 \}$
$= \{ (x,y) ;\ y = x+3 \}$
$= \{x, x+3\}$
$= \{ (1,4), (2,5), (4,10), \dots \}$

بالمثل الجزء الثاني.

السؤال الثاني

*إذا كانت ρ علاقة تكافؤ علي المجموعة X فأثبت أن

i) $a \in [a]$, $\quad \forall\ a \in X$
ii) $[x]=[y] \iff x\ \rho\ y$
iii) $[x] \neq [y] \implies [x] \cap [y] = \varphi$

الحـــــــــــــــــــل: النظرية مبرهنة صـ ٩٠ بالكتاب المقرر.

*إذا كان

$f: N \to N,\ f(n) = 2n+5 \quad \forall\ n \in N$

$g: N \to N,\ g(n) = 2n^2+1 \quad \forall\ n \in N$

أوجد fog, gof

الحـــــــــــــــــــل:

$Gof = g(f(n)) = g(2n+5) = 2(2n+5)^2 +1$
$= 4n^2 +10n + 26$
$fog = f(g(n)) = f(2n^2+1) = 2(2n^2+1) +5$
$= 4n^2 +7$

* بين نوع التطبيقات الآتية من حيث كونها أحادية، شاملة

1) $f: R \to R,\ f(x) = \sin x,\ \forall\ x \in R$

جامعة بنها
كليه الـــــعلوم
قسم الرياضيات

الزمن : ٣ ساعات
الترم : الأول
التاريخ: ٥-١-١٥

2) f: Z→ Z , f(x) = 2x , V x Є Z

الحـــــــــــــــــــــــل:

1) $\sin(x_1) = \sin(x_2)$

$x_1 \neq x_2$ say $\sin(0) = \sin(\Pi) = 0$

$0 \neq \Pi$

2) f(x) = 2x أحادي وليس شامل

وذلك لأن المدي هو أعداد زوجية فقط .

مع أطيب التمنيات

د/أحمد عبدالخالق محمدعبدالله
كلية االعلوم-قسم الرياضيات