كليـــة : التربيــه — السنه : الثانيـــه

قســم : الرياضيــات — الماده : تحليل رياضى

===

الأجابه النموزجيه :

(1) إذا كان $h(x, y) = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}\, e^{3y}$. فإن

$$h_x = \frac{1}{y} + \frac{y}{x^2}\, e^{3y}$$

$$h_y = \frac{-x}{y^2} + 3\frac{y}{x}\, e^{3y} + \frac{1}{x}\, e^{3y}$$

$$h_{xy} = \frac{-1}{y^2} - 3\frac{y}{x^2}\, e^{3y} - \frac{1}{x^2}\, e^{3y}$$

(2) اولا : نجعل النقطه (x , y) تقترب من (0, 0) خلال المسار $y = m x$, $m \neq 0$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 y}{x^4+y^2} = \lim_{x\to 0} \frac{x^2(mx)}{x^4+(mx)^2} = \lim_{x\to 0} \frac{mx^3}{x^4+m^2x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{mx}{x^2+m^2} = 0$$

ثانيا : نجعل النقطه (x , y) تقترب من (0, 0) خلال المسار $y = x^2$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 y}{x^4+y^2} = \lim_{x\to 0} \frac{x^2(x^2)}{x^4+(x^2)^2} = \lim_{x\to 0} \frac{x^4}{2x^4} = \frac{1}{2}$$

معنى هذا أنه ليس كل مسار الى النقطه (0, 0) يؤدى الى نفس النتيجه

و بالتالى فإن نهايه هذه الداله غير موجوده

(3)

نفرض أن أبعاد الصندوق هى x, y, z بالتالى يكون حجم الصندوق هو $V = xyz = 256$

و مساحة سطحه هى $S = xy + 2xz + 2yz$

المطلوب هو إيجاد النهايه الصغرى للداله S بحيث يتحقق أن $V = xyz = 256$

حيث أن $z = 256/xy$ بالتالى فإن $S = xy + 512/y + 512/x$

و يكون $S_x = y - 512/x^2 = 0$, $S_y = x - 512/y^2 = 0$

بحل هاتين المعادلتين نجد أن $x = y = 8$

$S_{xx} = 1024/x^3$, $S_{yy} = 1024/y^3 = 0$, $S_{xy} = 1$

عند النقطه $(8, 8)$ تكون $S_{xx} S_{yy} - S^2_{xy} = 4 - 1 > 0$

إذن اصغر مساحه نحصل عليها تكون أبعاد الصندوق هى

$$x = y = 8 \quad , \quad z = 256/xy = 4$$

$$S_{min} = 64 + 64 + 64 = 192 \text{ cm}^2$$

(4)

نرسم منطقة التكامل فى الأحداثيات القطبيه حيث $y = r \sin \theta$, $x = r \cos \theta$

نجد أن المساحه المطلوبه هى تلك المحصوره بين الدائرتين $r = 4$, $r = 5$ و يكون

$$\int_R \int \sqrt{x^2 + y^2}\, dxdy = 4 \int_0^{\pi/2} \int_4^5 r.rdrd\theta = 4 \int_0^{\pi/2} d\theta \int_4^5 r.rdr = \frac{122}{3}\pi$$

(5) لدينا

$$\lim_{n \to \infty} \frac{3n}{4n+1} = \frac{3}{4}$$

و حيث أن $(-1)^{n+1}$ تتذبذب بين $1 , -1$

إذن المتتابعه $(-1)^{n+1} \frac{3n}{4n+1}$

تتذبذب بين $-\frac{3}{4}$ و $\frac{3}{4}$ لذا فهى تباعديه.

لمعرفة إذا كانت المتتابعـــه $\frac{e^3}{4l}$, $\frac{e^4}{6l}$, $\frac{e^5}{8l}$, $\frac{e^6}{10l}$, . . . تزايديـــه أم تناقصيـــه

فإنه لجميع قيم n نجد $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{e^{n+3}/(2n+4)i}{e^{n+2}/(2n+2)i} = \frac{e}{(2n+4)(2n+3)} < 1$

و هو ما يوضح أن المتتابعه تناقصيه