

الزمن: ساعتان
الترم : الأول
التاريخ: ٢٠-١٢-١٤



جامعه بنها
كلية العلوم
قسم الرياضيات

إجابة

إمتحان أساسيات الرياضيات للفرقة الثانية كلية التربية (كيمياء) تخلف من أولى

السؤال الأول:

١- أثبت صحة العلاقة التالية بطريقة الاستنتاج الرياضي

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

الحل:

١- في حالة $n=1$ نجد أن

$$\text{الطرف الأيمن} = \frac{1}{6}(2)(3) = 1$$

$$\text{الطرف الأيسر} = 1^2 = 1$$

والعلاقة صحيحة عندما $n=1$

٢- نفرض صحة العلاقة عندما $n=k$ أي أن

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 = \frac{1}{6}k(k+1)(2k+1) \quad (1)$$

٢- أثبت صحة العلاقة عندما $n=k+1$ وذلك باستخدام العلاقة (1) بإضافة $(k+1)^2$ لكل من طرفيها نجد أن

$$\begin{aligned} 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 &= \\ &= \frac{1}{6}k(k+1)(2k+1) + (k+1)^2 \\ &= (k+1) \left(\frac{1}{6}k(2k+1) + (k+1) \right) \\ &= \frac{1}{6}(k+1)(k(2k+1) + 6(k+1)) \\ &= \frac{1}{6}(k+1)(2k^2 + 7k + 6) \\ &= \frac{1}{6}(k+1)(k+2)(2k+3) \\ &= \frac{1}{6}(k+1)(k+2)(2(k+1)+1) \end{aligned}$$

وهذا يساوي الطرف الأيمن من العلاقة المطلوب إثبات صحتها عندما نضع $n=k+1$
• أذن الطرفان متساويان عندما $n=k+1$ وبالتالي تكون العلاقة صحيحة لكل قيم n

الزمن: ساعتان
الترم : الأول
التاريخ: ٢٠-١٢-١٤



جامعه بنها
كلية العلوم
قسم الرياضيات

ب. استخدم ذات الحدين لإيجاد مفكوك كل من :

a) $(2 + 4x)^4$ ، b) $(1 + x^2)^5$

الحل:

$$\begin{aligned} a) (2 + 4x)^4 &= (4x)^4 + 4(2)(4x)^3 + \frac{4 \cdot 3}{2!} (2)^2 (4x)^2 \\ &\quad + \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3!} (2)^3 (4x)^1 + (2)^4 \\ &= 256x^4 + 512x^3 + 384x^2 + 128x + 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) (1 + x^2)^5 &= 1 + 5(x)^2 + \frac{5 \cdot 4}{2!} (x^2)^2 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} (x^2)^3 \\ &\quad + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4!} (x^2)^4 + (x^2)^5 \\ &= 1 + 5x^2 + 10x^4 + 10x^6 + 5x^8 + x^{10} \end{aligned}$$

السؤال الثاني:

أ- أوجد الحد السادس في مفكوك ذات الحدين للمقدار التالي:

$$(2 - 3x)^5$$

الحل: $(48x)^5$

ب- أوجد قيمة المحدد بطريقتين:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 5 & 4 & 6 \\ 9 & 7 & 11 \end{vmatrix}$$

الحل:

بالفك بالنسبة إلى عناصر الصف الأول نجد أن

$$A = 1 \times \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 11 \end{vmatrix} - 0 \times \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} - 1 \times \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix} = 3$$

طريقة سارس:

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 6 & 5 & 4 \\ 9 & 7 & 11 & 9 & 7 \\ \hline & - & - & + & + & - & - & + & + & - & - & + & + \end{array}$$

الزمن: ساعتان
الترم : الأول
التاريخ: ٢٠-١٢-١٤



جامعه بنها
كلية العلوم
قسم الرياضيات

=٣

السؤال الثالث:
حل المعادلتين.

$$5x + 2y + 19 = 0$$

$$3x + 4y + 17 = 0$$

الحل: أنظر الكتاب المقرر.

السؤال الرابع:
أ- أوجد ناتج ضرب العددين

$$(2+i)(3+i)$$

الحل
ناتج الضرب هو

$$(2+i)(3+i) = 6 + 2i + 3i - 1 = 5 + 5i$$

ب- أكتب العدد المركب $1-i$ في الصورة الأسية .

الحل

حيث أن مقياس العدد $z = 1-i$ هو $r = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ وسعته هي الزاوية

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-1}{1}\right) = -\frac{\pi}{4}$$

إذن الصورة الأسية للعدد هي

$$z = r e^{i\theta} = \sqrt{2} e^{-\frac{\pi}{4}i}$$

مع أطيب التمنيات
د/أحمد عبدالخالق محمد
كلية العلوم- قسم الرياضيات