جـــامعه بنـــــها
كليه الـــــعلوم
قسم الرياضيات

الزمن: ساعتان
الترم : الأول
التاريخ: ٢٠-١٢-١٤

إجابـــــــــــــــة

إمتحان الجبر للفرقة الثانية كلية التربية (بيولوجى) تخلف من أولي

السؤال الأول:

آ- أثبت صحة العلاقة التالية بطريقة الاستنتاج الرياضي

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

الحل:

١- في حالة $n=1$ نجد أن

الطرف الأيمن $=\frac{1}{6}(2)(3)=1$

الطرف الأيسر $=1^2=1$ أذن الطرفان متساويان

و العلاقة صحيحة عندما $n=1$

٢- نفرض صحة العلاقة عندما $n=k$ أي أن

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2=\frac{1}{6}k(k+1)(2k+1) \qquad (1)$$

٢- أثبت صحة العلاقة عندما $n=k+1$ وذلك باستخدام العلاقة (1) بإضافة $(k+1)^2$ لكل من طرفيها نجد أن

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2+(k+1)^2=$$

$$=\frac{1}{6}k(k+1)(2k+1)+(k+1)^2$$

$$=(k+1)\left(\frac{1}{6}k(2k+1)+(k+1)\right)$$

$$=\frac{1}{6}(k+1)\big(k(2k+1)+6(k+1)\big)$$

$$=\frac{1}{6}(k+1)\left(2k^2+7k+6\right)$$

$$=\frac{1}{6}(k+1)(k+2)(2k+3)$$

$$=\frac{1}{6}(k+1)(k+2)\big(2(k+1)+1\big)$$

جـــامعه بنـــــها كليـه الـــــعلوم قسم الرياضيات		الزمن: ساعتان الترم : الأول التاريخ: ٢٠-١٢-١٤

وهذا يساوي الطرف الأيمن من العلاقة المطلوب أثبات صحتها عندما نضع $n = k+1$

∴ أذن الطرفان متساويان عندما $n = k+1$ وبالتالي تكون العلاقة صحيحة لكل قيم n

ب- استخدم ذات الحدين لإيجاد مفكوك كل من :

$$a)\ (2+4x)^4 \quad ، \quad b)\ (1+x^2)^5$$

الحـــل :

$$a)\ (2+4x)^4 = (4x)^4 + 4(2)(4x)^3 + \frac{4\cdot 3}{2!}(2)^2(4x)^2 + \frac{4\cdot 3\cdot 2}{3!}(2)^3(4x)^1 + (2)^4$$

$$= 256x^4 + 512x^3 + 384x^2 + 128x + 16$$

$$b)\ (1+x^2)^5 = 1 + 5(x)^2 + \frac{5\cdot 4}{2!}(x^2)^2 + \frac{5\cdot 4\cdot 3}{3!}(x^2)^3 + \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}{4!}(x^2)^4 + (x^2)^5$$

$$= 1 + 5x^2 + 10x^4 + 10x^6 + 5x^8 + x^{10}$$

الشؤال الثاني:

أوجد قيمة المحدد بطريقتين:

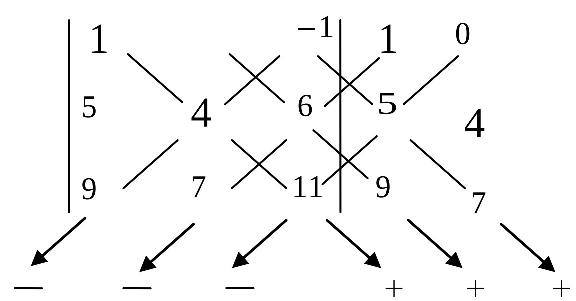
$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 5 & 4 & 6 \\ 9 & 7 & 11 \end{vmatrix}$$

الحـــل:

بالفك بالنسبة إلى عناصر الصف الأول نجد أن

$$A = 1\times\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 11 \end{vmatrix} - 0\times\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 9 & 11 \end{vmatrix} - 1\times\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 9 & 7 \end{vmatrix} = 3$$

طريقة سارس:



=٣

جـــامعه بنـــــها
كليه الــــــعلوم
قسم الرياضيات

الزمن: ساعتان
الترم : الأول
التاريخ: ٢٠-١٢-١٤

السؤال الثالث:

حل المعادلتين.

$$5x+2y+19=0$$
$$3x+4y+17=0$$

الحل: أنظر الكتاب المقرر.

السؤال الرابع:

أ- أوجد ناتج ضرب العددين

$$(2+i)(3+i)$$

الحــل

ناتج الضرب هو

$$(2+i)(3+i)=6+2i+3i-1=5+5i$$

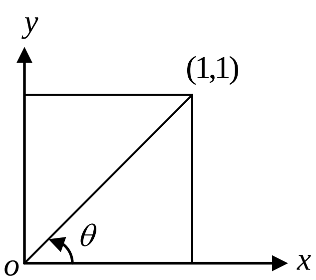
ب- أكتب كل من الأعداد المركبة الآتية في الصورة القطبية

$$1+i\,,\qquad -1+i\,,\qquad 1-i\sqrt{3}\,,\,i$$

الحــل

أ- العدد المركب $z=1+i$ ، المقياس هو

$$|z|=r=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$$



والسعة هي

$$\arg(z)=\theta=\tan^{-1}\frac{1}{1}=\frac{\pi}{4}$$

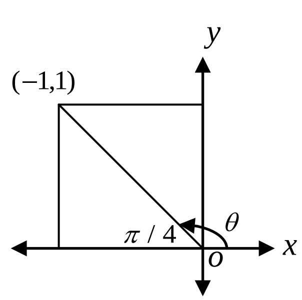
إذن الصورة القطبية للعدد المركب $z=1+i$ هي

$$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

ب- مقياس العدد المركب $z=-1+i$ هو

$$|z|=r=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$$

وسعته هي

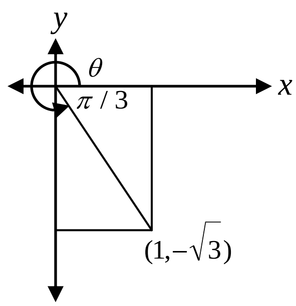


$$\arg(z) = \theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{-1}\right)$$

$$= \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

ولذلك فالصورة القطبية للعدد هي

$$z = r(\cos\theta + i\sin\theta) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$$



ج- بالنسبة للعدد $z = 1 - i\sqrt{3}$ يكون مقياسه

$$|z| = r = \sqrt{1+3} = 2$$

وسعته هي الزاوية

$$\arg(z) = \tan^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{1}\right) = -\frac{\pi}{3}$$

إذن الصورة القطبية المطلوبة هي

$$z = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

مع أطيب التمنيات
د/أحمد عبدالخالق محمد
كلية العلوم-قسم الرياضيات